

Sveučilište u Zagrebu  
**Fakultet strojarstva i brodogradnje**

# **ZAVRŠNI RAD**

Luka Barbača

Zagreb, 2010.

Sveučilište u Zagrebu  
Fakultet strojarstva i brodogradnje

# **ZAVRŠNI RAD**

## **Određivanje koeficijenata sila glisirajućeg profila**

Voditelj rada:

Doc. dr.sc. Ivo Džijan

Luka Barbača

Zagreb, 2010.

*Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno služeći se stečenim znanjem i navedenom literaturom.*

*Zahvaljujem se svom mentoru, docentu dr.sc. Ivi Džijanu, na savjetima tokom izrade završnog rada.*

*Posebno se zahvaljujem, dipl.ing. Severinu Krizmaniću, na pomoći tokom izrade računalnog modela.*

*Također, bi se želio zahvaliti profesorima, dr.sc. Zdravku Viragu i dr.sc. Mariu Šavaru, na mnogim korisnim primjedbama i savjetima, prije i za vrijeme izrade završnog rada.*

## **Sažetak rada:**

Tema ovog završnog rada je bila izrada numeričke simulacije gibanja glisirajućeg profila po površini vode u pojednostavljenoj dvodimenzijskoj situaciji. Za numeričku simulaciju je korištena metoda konačnih volumena u okviru računalnog programa FLUENT i VOF (Volume of Fluid) model za opisivanje slobodne površine. Cilj simulacije je bio, odrediti ponašanje koeficijenata sile uzgona i sile otpora, s obzirom na kut nagiba i dubinu urona glisirajućeg profila, i provjera mogućnosti opisa glisirajućeg gibanja pojednostavljenim dvodimenzijskim modelom. Simulacija je provedena za nekoliko karakterističnih situacija, a rezultati su dani u obliku slika i dijagrama. Rezultati simulacije su dobra podloga za daljnje istraživanje ponašanja glisirajućeg profila u realnijoj, trodimenzijskoj situaciji.

# Sadržaj

<b>1</b>	<b>Uvod</b>	<b>11</b>
<b>2</b>	<b>Teorijske osnove glisirajućeg gibanja plovila po površini vode</b>	<b>13</b>
2.1	Stacionarno ponašanje glisirajućeg plovila na ravnom pravcu . . . . .	14
2.2	2.5D (2D+t) teorija . . . . .	16
2.3	Savitskiyjeva formula . . . . .	17
2.4	Predviđanje glisirajućeg položaja i otpora plovila u mirnoj vodi . . . . .	19
2.4.1	Prosječni omjer oplakane dužine i širine . . . . .	20
2.4.2	Kut nagiba $\tau$ . . . . .	20
2.4.3	Oplakana dužina . . . . .	20
2.4.4	Određivanje potrebne snage . . . . .	21
<b>3</b>	<b>Metoda konačnih volumena i VOF model slobodne površine</b>	<b>22</b>
3.1	Metoda konačnih volumena u programskom paketu FLUENT . . . . .	22
3.1.1	Uzvodna shema prvog reda točnosti . . . . .	24
3.1.2	Uzvodna shema drugog reda točnosti . . . . .	24
3.1.3	Linearizirana forma diskretiziranih jednadžbi . . . . .	25
3.1.4	Podrelaksacija . . . . .	25
3.1.5	Vremenska diskretizacija . . . . .	26
3.2	VOF model slobodne površine . . . . .	26
3.2.1	Jednadžba volumnih udjela . . . . .	27
3.2.2	Svojstva . . . . .	28
3.2.3	Jednadžba količine gibanja . . . . .	28
3.2.4	Energetska jednadžba . . . . .	28
3.2.5	Dodatne skalarne jednadžbe . . . . .	29
3.2.6	Interpolacija u blizini granice . . . . .	29
3.2.7	Vremenska ovisnost . . . . .	32
3.2.8	Površinska napetost i prijanjanje za stijenku . . . . .	33

<b>4</b>	<b>Opis računalnog modela gibanja glisirajućeg profila po površini vode</b>	<b>36</b>
4.1	Bezdimenzijska analiza . . . . .	36
4.2	Izrada mreže konačnih volumena . . . . .	37
4.3	Postavljanje računalnog modela u programu FLUENT . . . . .	39
4.3.1	Opće postavke modela . . . . .	39
4.3.2	Postavke materijala i faza . . . . .	41
4.3.3	Zadavanje gravitacije i rubnih uvjeta . . . . .	42
4.3.4	Postavke numeričkog rješavača i kriterija konvergencije . . . . .	43
4.3.5	Početno stanje . . . . .	45
4.3.6	Ispisivanje traženih veličina . . . . .	47
4.3.7	Pokretanje simulacije . . . . .	47
<b>5</b>	<b>Rezultati numeričke simulacije</b>	<b>48</b>
5.1	Kut nagiba $\alpha = 5^\circ$ , dubina urona $D = 0.02$ . . . . .	48
5.2	Kut nagiba $\alpha = 3^\circ$ , dubina urona $D = 0.02$ . . . . .	54
5.3	Kut nagiba $\alpha = 8^\circ$ , dubina urona $D = 0.02$ . . . . .	57
5.4	Kut nagiba $\alpha = 5^\circ$ , dubina urona $D = 0.03$ . . . . .	60
5.5	Kut nagiba $\alpha = 5^\circ$ , dubina urona $D = 0.04$ . . . . .	63
5.6	Provjera utjecaja dubine . . . . .	66
5.7	Provjera mrežne neovisnosti rješenja . . . . .	67
<b>6</b>	<b>Zaključak</b>	<b>70</b>

## Popis slika

1	Brzinsko jedrenje na dasci . . . . .	11
2	Tipčni oblik glisirajućeg trupa . . . . .	13
3	Primjeri dinamičkih nestabilnosti plovila . . . . .	15
4	Primjer pogonskih sustava glisirajućih plovila . . . . .	16
5	Prikaz načina, na koji 2D analiza ulaska u vodu može biti upotrebljena za analizu stacionarnog strujanja oko glisirajućeg plovila . . . . .	17
6	Objašnjenje simbola korištenih za analizu prizmatičnog glisirajućeg profila .	18
7	Prizmatični glisirajući trup kod kojeg pravci svih sila prolaze kroz težište . .	20
8	Konačni volumen korišten za prikaz jednadžbe transporta sklarne veličine . .	23
9	Prikaz stvarne granice i njene interpolacije geometrijskom rekonstrukcijom, i shemom donor-akceptor . . . . .	31
10	Mjerenje dodirnog kuta . . . . .	35
11	Karakteristični izgled mreže . . . . .	38
12	Uvećani pogled na fini dio mreže uz profil . . . . .	38
13	Uključivanje nestacionarnog modela . . . . .	39
14	Uključivanje VOF modela višefaznog strujanja . . . . .	40
15	Uključivanje $k-\epsilon$ modela turbulencije . . . . .	40
16	Zadavanje parametara za materijal . . . . .	41
17	Zadavanje primarne i sekundarne faze . . . . .	41
18	Zadavanje gravitacije i referentne gustoće . . . . .	42
19	Definiranje rubnih uvjeta za ukupan ulazeći fluid . . . . .	43
20	Definiranje rubnog uvjeta za sekundarnu fazu . . . . .	43
21	Postavke numeričkog rješavača . . . . .	44
22	Zadavanje kriterija konvergencije . . . . .	44
23	Zadavanje početnog stanja . . . . .	45
24	Markiranje potrebnog dijela domene . . . . .	45
25	”Punjenje” dijela domene sekundarnom fazom . . . . .	46
26	Početni izgled slobodne površine . . . . .	46

27	Uključivanje ispisa dijagrama koeficijenta sile otpora . . . . .	47
28	Zadavanje vremenskog koraka i pokretanje simulacije . . . . .	47
29	Oblik slobodne površine, ( $\alpha = 5^\circ, D = 0.02$ ) . . . . .	48
30	Uvećani dio slobodne površine u blizini zadnjeg dijela profila, ( $\alpha = 5^\circ, D = 0.02$ )	49
31	Polje brzine u blizini profila, ( $\alpha = 5^\circ, D = 0.02$ ) . . . . .	50
32	Polje tlaka u blizini profila, ( $\alpha = 5^\circ, D = 0.02$ ) . . . . .	50
33	Uvećani prikaz slobodne površine u trenutku odvajanja strujanja na izlaznom rubu, ( $\alpha = 5^\circ, D = 0.02$ ) . . . . .	51
34	Dijagram koeficijenta sile uzgona, ( $\alpha = 5^\circ, D = 0.02$ ) . . . . .	52
35	Dijagram koeficijenta sile otpora, ( $\alpha = 5^\circ, D = 0.02$ ) . . . . .	52
36	Dijagram promjene vrijednosti $y^+$ po stijenci profila, ( $\alpha = 5^\circ, D = 0.02$ ) . .	53
37	Oblik slobodne površine, ( $\alpha = 3^\circ, D = 0.02$ ) . . . . .	54
38	Uvećani dio slobodne površine u blizini zadnjeg dijela profila, ( $\alpha = 3^\circ, D = 0.02$ )	54
39	Polje brzine u blizini profila, ( $\alpha = 3^\circ, D = 0.02$ ) . . . . .	55
40	Dijagram promjene koeficijenta sile uzgona, ( $\alpha = 3^\circ, D = 0.02$ ) . . . . .	56
41	Dijagram promjene koeficijenta sile otpora, ( $\alpha = 3^\circ, D = 0.02$ ) . . . . .	56
42	Oblik slobodne površine, ( $\alpha = 8^\circ, D = 0.02$ ) . . . . .	57
43	Uvećani dio slobodne površine u blizini zadnjeg dijela profila, ( $\alpha = 8^\circ, D = 0.02$ )	57
44	Polje brzine u blizini profila, ( $\alpha = 8^\circ, D = 0.02$ ) . . . . .	58
45	Dijagram promjene koeficijenta sile uzgona, ( $\alpha = 8^\circ, D = 0.02$ ) . . . . .	59
46	Dijagram promjene koeficijenta sile otpora, ( $\alpha = 8^\circ, D = 0.02$ ) . . . . .	59
47	Oblik slobodne površine, ( $\alpha = 5^\circ, D = 0.03$ ) . . . . .	60
48	Uvećani dio slobodne površine u blizini zadnjeg dijela profila, ( $\alpha = 5^\circ, D = 0.03$ )	60
49	Polje brzine u blizini profila, ( $\alpha = 5^\circ, D = 0.03$ ) . . . . .	61
50	Dijagram promjene koeficijenta sile uzgona, ( $\alpha = 5^\circ, D = 0.03$ ) . . . . .	62
51	Dijagram promjene koeficijenta sile otpora, ( $\alpha = 5^\circ, D = 0.03$ ) . . . . .	62
52	Oblik slobodne površine, ( $\alpha = 5^\circ, D = 0.04$ ) . . . . .	63
53	Uvećani dio slobodne površine u blizini zadnjeg dijela profila, ( $\alpha = 5^\circ, D = 0.04$ )	64
54	Polje brzine u blizini profila, ( $\alpha = 5^\circ, D = 0.04$ ) . . . . .	64



55	Dijagram promjene koeficijenta sile uzgona, ( $\alpha = 5^\circ$ , $D = 0.04$ ) . . . . .	65
56	Dijagram promjene koeficijenta sile otpora, ( $\alpha = 5^\circ$ , $D = 0.04$ ) . . . . .	65
57	Uvećani dio slobodne površine u blizini zadnjeg dijela profila za domenu s povećanom dubinom ( $\alpha = 5^\circ$ , $D = 0.04$ ) . . . . .	66
58	Uvećani dio slobodne površine u blizini zadnjeg dijela profila za grubu mrežu ( $\alpha = 5^\circ$ , $D = 0.02$ ) . . . . .	68
59	Polje brzine u blizini profila za grubu mrežu ( $\alpha = 5^\circ$ , $D = 0.02$ ) . . . . .	68
60	Dijagram promjene koeficijenta sile uzgona za grubu mrežu ( $\alpha = 5^\circ$ , $D = 0.02$ )	69
61	Dijagram promjene koeficijenta sile otpora za grubu mrežu ( $\alpha = 5^\circ$ , $D = 0.02$ )	69

## Popis oznaka:

$A, [\text{m}^2] \longrightarrow$  površina

$a_p; a_{nb}, [-] \longrightarrow$  linearizirani koeficijenti za skalarnu veličinu  $\phi$

$B, [\text{m}] \longrightarrow$  širina glisirajućeg profila

$Ca, [-] \longrightarrow$  kapilarni broj

$C_F, [-] \longrightarrow$  koeficijent sile trenja

$C_{L\beta}, [-] \longrightarrow$  koeficijent sile uzgona za glisirajuće plovilo

$C_{L0}, [-] \longrightarrow$  koeficijent sile uzgona za nulti bočni kut nagiba  $\beta = 0^\circ$

$D, [\text{m}] \longrightarrow$  dubina urona glisirajućeg profila

$E, [\text{J}] \longrightarrow$  energija

$F, [\text{N}] \longrightarrow$  sila

$F_{L\beta}, [\text{N}] \longrightarrow$  sila uzgona za glisirajuće plovilo

$F_{L0}, [\text{N}] \longrightarrow$  sila uzgona za nulti bočni kut nagiba  $\beta = 0^\circ$

$Fn, [-] \longrightarrow$  Froudeov broj

$Fn_B, [-] \longrightarrow$  Froudeov broj s obzirom na širinu

$F_{vol}, [\text{N}] \longrightarrow$  volumna sila

$g, [\text{m}^2/\text{s}] \longrightarrow$  gravitacijsko ubrzanje

$k, [\text{J}] \longrightarrow$  kinetička energija turbulencije

$k_{eff}, [\text{W}/\text{m}^2\text{K}] \longrightarrow$  efektivna toplinska provodnost

$L_C, [\text{m}] \longrightarrow$  oplakana duljina bočne linije

$l_{cg}, [\text{m}] \longrightarrow$  uzdužni položaj težišta mjeren od krmenog zrcala

$L_K, [\text{m}] \longrightarrow$  oplakana duljina kobilice

$l_p, [\text{m}] \longrightarrow$  uzdužni položaj središta djelovanja tlaka mjeren od krmenog zrcala

$m, [\text{kg}] \longrightarrow$  masa

$n, [-] \longrightarrow$  normala na površinu

$N, [\text{N}] \longrightarrow$  ukupna sila dobivena proračunom potencijalnog strujanja

$p, [\text{Pa}] \longrightarrow$  tlak

$P, [\text{W}] \longrightarrow$  snaga

$R, [\text{m}] \longrightarrow$  radij vektor

$Re, [-] \longrightarrow$  Reynoldsov broj  
 $R_P, [N] \longrightarrow$  sila otpora uzrokovana tlakom  
 $R_T, [N] \longrightarrow$  ukupna sila otpora  
 $R_v, [N] \longrightarrow$  sila viskoznog otpora  
 $S, [m^2] \longrightarrow$  oplakana površina  
 $S_h, [J] \longrightarrow$  izvor energije  
 $S_\phi, [-] \longrightarrow$  izvor veličine  $\phi$  po jedinici volumena  
 $S_{\alpha_q}, [-] \longrightarrow$  izvor  $q$ -te faze  
 $t, [s] \longrightarrow$  vrijeme  
 $T, [N; K] \longrightarrow$  pogonska sila; temperatura  
 $U, [m/s] \longrightarrow$  horizontalna brzina plovila  
 $U_f, [m^3/s] \longrightarrow$  volumni protok kroz površinu končnog volumena  
 $v, [m/s] \longrightarrow$  brzina  
 $V, [m/s, m^3] \longrightarrow$  brzina ulaska u vodu; volumen  
 $v_\tau, [m/s] \longrightarrow$  brzina trenja  
 $We, [-] \longrightarrow$  Weberov broj  
 $x_s, [m] \longrightarrow L_K - L_C$   
 $y, [m] \longrightarrow$  visina središta prvog konačnog volumena uz stijenku  
 $y^+, [-] \longrightarrow$  bezdimenzijska udaljenost od stijenke  
 $\alpha, [-; ^\circ] \longrightarrow$  faktor podrelaksacije; kut nagiba profila  
 $\alpha_q, [-] \longrightarrow$  volumni udio  $q$ -tog fluida u konačnom volumenu  
 $\beta, [^\circ] \longrightarrow$  bočni kut nagiba glisirajuće površine u stupnjevima  
 $\Gamma_\phi, [m^2/s] \longrightarrow$  koeficijent difuzije veličine  $\phi$   
 $\Delta_s, [m] \longrightarrow$  udaljenost središta i površine konačnog volumena  
 $\Delta\phi, [-] \longrightarrow$  promjena skalarne veličine  
 $\varepsilon, [J] \longrightarrow$  disipacija kinetičke energije turbulencije  
 $\theta_w, [^\circ] \longrightarrow$  dodirni kut na stijenci  
 $\kappa, [1/m] \longrightarrow$  zakrivljenost  
 $\lambda_w, [-] \longrightarrow$  srednji omjer oplakane dužine i širine

$\mu, [\text{Pas}] \longrightarrow$  koeficijent dinamičke viskoznosti  
 $\nu, [\text{m}^2/\text{s}] \longrightarrow$  koeficijent kinematičke viskoznosti  
 $\rho, [\text{kg}/\text{m}^3] \longrightarrow$  gustoća fluida  
 $\sigma, [\text{N}/\text{m}] \longrightarrow$  koeficijent površinske napetosti  
 $\tau, [\text{rad}] \longrightarrow$  kut nagiba profila u radijanima  
 $\tau_{deg}, [^\circ] \longrightarrow$  kut nagiba glisirajuće površine u stupnjevima  
 $\phi, [-] \longrightarrow$  skalarna veličina  
 $\phi_{old}, [-] \longrightarrow$  stara vrijednost skalarne veličine  
 $\nabla, [\text{m}^3; -] \longrightarrow$  istisnuti volumen fluida; vektorski diferencijlni operator

# 1 Uvod

Jedrenje na dasci (eng. windsurfing), kao oblik rekreacije, je vrlo raširen sport diljem svijeta. Jedan ekstremni i vrlo opasni, natjecateljski oblik tog sporta je brzinsko jedrenje na dasci. U brzinskom jedrenju na dasci jedriličar (eng. windsurfer) pokušava pogonjen vjetrom positići što veću prosječnu brzinu na 500 metara dugom pravcu. Natjecanja se obično odvijaju na pomno odabranim lokacijama, gdje puše olujan vjetar, ali se zbog konfiguracije obale ne stvaraju valovi.

Osim međusobno, jedriličari na dasci natječu se s ostalim plovilima pogonjenim na vjetar u utrci za postizanje apsolutnog brzinskog rekorda za plovila pogonjena snagom vjetra. Trenutačni rekord drži francuski hidrokrilni maksi-trimaran *l'Hydroptère* s brzinom od 51.36 čvorova (95.22 km/h). Rekord za jedriličare na dasci, koji se natječu s neusporedivo jednostavnijom i jeftinijom opremom, iznosi 49.09 čvorova (91.01 km/h).



Slika 1: Brzinsko jedrenje na dasci

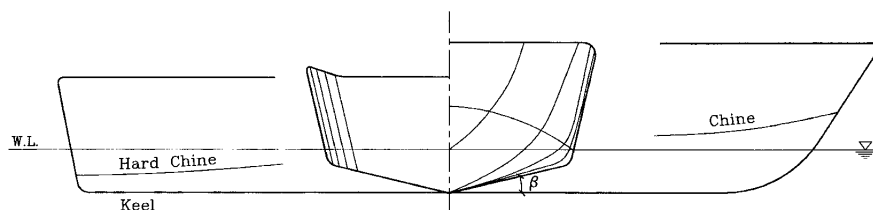
Dva elementa, koji najviše utječu na maksimalnu brzinu koju jedriličar na dasci može postići, su oblik daske za jedrenje i oblik peraje koja se nalazi pričvršćena za dno daske. Tvrtke koje se bave proizvodnjom dasaka za jedrenje svoje proizvode unprijeđuju metodom pokušaja i pogreške, tj. izradom velikog broja stvarnih modela koji se testiraju u praktičnoj upotrebi. S razvojem računalne dinamike fluida i njenom sve većom upotrebom u razvoju

sportske opreme, otvara se mogućnost testiranja računalno generiranih geometrijskih modela dasaka korištenjem numeričkih simulacija.

Prvi korak prema simuliranju realne, trodimenzijske situacije (složene geometrije daske s perajom) je numerička simulacija pojednostavljenog gibanja glisirajućeg profila (ravne ploče) s konstantnom dubinom urona u dvodimenzijskom prostoru. Za simulaciju će biti korištena numerička metoda konačnih volumena s VOF (Volume of Fluid) modelom za opisivanje slobodne površine, u okviru programskog paketa FLUENT.

## 2 Teorijske osnove glisirajućeg gibanja plovila po površini vode

Plovilo glisira kada je Froudeov broj, računat s obzirom na duljinu plovila,  $Fn > 1.2$ . Međutim, zbog nemogućnosti određivanja jasne granice između glisirajućeg i neglisirajućeg stanja (s obzirom na Froudeov broj), kao donja granica može se uzeti  $Fn = 1.0$ . Tijekom glisiranja, težina plovila je uglavnom uravnotežena silama hidrodinamičkog uzgona, dok hidrostatički uzgon ima manjeg utjecaja. Hidrodinamički uzgon, podiže plovilo i utječe na nagib profila u odnosu na slobodnu površinu. Slika 2. prikazuje tipični glisirajući trup. Da ne bi došlo do pojave dinamičkih nestabilnosti tokom plovidbe, koje su posljedica pojave tlaka manjeg od atmosferskog, potrebno je osigurati odvajanje strujanja duž bočnih stranica i na krmenom zrcalu. Odvajanje strujanja duž bočnih stranica trupa obično se postiže upotrebom oštrog prijelaza između dna trupa i bočnih stranica. Također, konture uzdužnih sekcija trupa paralelne s ravninom simetrije ne smiju biti konveksne iza pramčane okomice.



Slika 2: Tipični oblik glisirajućeg trupa

Parametri koji se uzimaju u obzir pri projektiranju trupa s hidrodinamičke točke gledišta su:

- Stabilitet pri nultoj brzini u mirnoj vodi
- Otpor i propulzija u mirnoj vodi
- Upravljivost u mirnoj vodi

- Ponašanje pri bočnim valovima
- Stacionarna i dinamička stabilnost pri visokim brzinama u mirnoj vodi
- Valovima uzrokovana vertikalna ubrzanja i valjanje
- Mokrina palube
- Udaranje u valove

Važni element, koji se mora uzeti u obzir kod velikih brzina, je pojava kavitacije i ventilacije, što može uzrokovati neočekivano ponašanje. Za objašnjavanje ovih pojava moramo se osloniti na eksperimente. Stacionarna i dinamička stabilnost su od velikog značaja za glisirajuća plovila, zbog gubitka povratnog momenta naginjanja s povećanjem brzine. Slika 3. prikazuje primjere dinamičkih nestabilnosti pri glisirajućim brzinama. Iako vrlo značajne, dinamičke nestabilnosti neće biti daljnje razmatrane u tekstu.










U sljedećim poglavljima su dane teorijske osnove glisirajućeg gibanja u mirnoj vodi. Literatura, na kojoj se temelje sljedeća poglavlja, je knjiga *Hydrodynamics of High-Speed Marine Vehicles*, norveškog profesora Odd M. Faltinsena [1]

## 2.1 Stacionarno ponašanje glisirajućeg plovila na ravnom pravcu

Stacionarno ponašanje glisirajućeg plovila na ravnom pravcu može se opisati rezultirajućim momentima, vertikalnim silama (uzgon) i horizontalnim silama (otpor), koje ovise o kutu nagiba, dubini urona i brzini. Tlak može biti podijeljen na hidrodinamički i hidrostatički tlak. Hidrodinamički tlak, može se u velikoj mjeri, opisati potencijalnim strujanjem bez utjecaja gravitacije. Odvajanje strujanja s bokova i krmenog zrcala značajno utječe na raspored tlaka, i nužno je, da bi strujanje vode moglo podići i nagnuti plovilo. Sila uzgona je, otprilike, proporcionalna kutu nagiba. Ako plovilo ima nagli prijelaz između dna i bočnih stranica, linije odvajanja strujanja su jasno definirane duž bokova, pa se u proračunu može zanemariti utjecaj viskoznog graničnog sloja na raspodjelu tlaka.

Otpor vode se sastoji od viskoznog i preostalog otpora, koji ovise o Reynoldsovom i

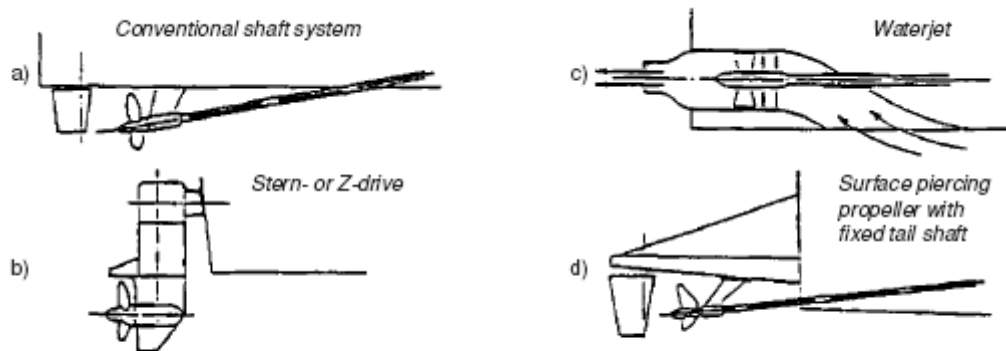


GENERAL TYPES OF INSTABILITY				
	HYDROSTATIC ← → HYDRODYNAMIC			
	DISPLACEMENT	SEMI DISPLACEMENT		PLANING
	INCREASING FROUDE NUMBER →			
TRANSVERSE	TRANSVERSE HYDROSTATICS $\overline{GM} \leq 0$	LOSS OF GM DUE TO WAVE EFFECT 	ROLL INSTABILITY NON ZERO HEEL NON OSCILLATORY 	"CHINE WALKING" DYNAMIC ROLL OSCILLATION 
LONGITUDINAL	LONGITUDINAL HYDROSTATICS $\overline{GM}_L \leq 0$	LOSS OF GM <sub>L</sub> DUE TO WAVE EFFECT 	TRIM INSTABILITY BOW DROP NON OSCILLATORY 	"PORPOISING" DYNAMIC PITCH-HEAV OSCILLATION 
COMBINED	COMBINED $\overline{GM} \leq 0$ $\overline{GM}_L \leq 0$	COMBINED WAVE EFFECT 	BROACH NON OSCILLATORY 	"CORKSCREW" PITCH-YAW-ROLL OSCILLATION 

Slika 3: Primjeri dinamičkih nestabilnosti plovila

Froudeovom broju. Dodatno ubrajamo i otpor dodataka (kormila, hidrokrila,...). Preostala komponenta otpora uključuje otpore povezane s generiranjem valova i prskanjem, koje se pojavljuje duž trupa prilikom gibanja plovila kroz vodu. Da bi plovilo savladalo silu otpora, pogonski sustav mora razvijati dovoljnu silu propulzije. Slika 4. prikazuje primjere pogonskih sustava koji se koriste kod glisirajućih plovila. Također, na slici se vide dodatci koji uzrokuju otpor (kormila, nosači i nagnute osovine propelera). Otpor zraka i dodatni otpor uslijed vjetra i valova, također se moraju uzeti u obzir.

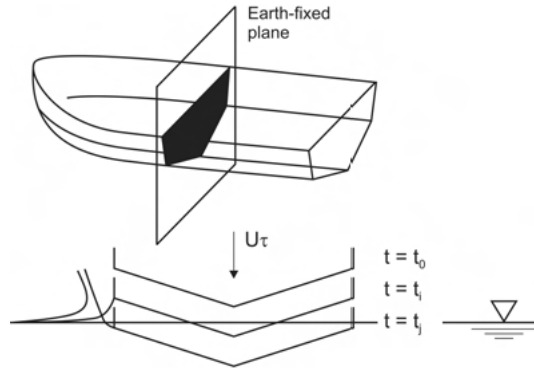
Hidrodinamičko ponašanje plovila u neglisirajućim uvjetima je, također važno. Na primjer, hidrodinamičko strujanje počinje utjecati na kut nagiba, kad je Froudeov broj veći od 0.35. Nadalje, pojava poprečnih valova može uzrokovati maksimalni otpor valova za Froudeov broj oko 0.5. Plovilo mora imati dovoljno snage da savlada moguća povećanja otpora i postigne glisirajuće uvjete.



Slika 4: Primjer pogonskih sustava glisirajućih plovila

## 2.2 2.5D (2D+t) teorija

Slika 5. prikazuje način, na koji 2D analiza ulaska u vodu može biti upotrebljena za 2.5D (2D+t) analizu stacionarnog strujanja s obzirom na koordinatni sustav vezan za plovilo. U obzir uzimamo poprečnu ravninu u apsolutnom koordinatnom sustavu koja je u početnom trenutku ispred plovila. Pratiti ćemo čestice fluida u poprečnoj ravnini. Za čestice fluida pretpostavljamo, da ne znaju da plovilo dolazi. U određenom vremenskom trenutku  $t = t_0$ , poprečna ravnina plovila koja nije u vodi ulazi u poprečnu ravninu u apsolutnom koordinatnom sustavu. Poprečna ravnina plovila je poviše vode i neće utjecati na čestice fluida u ravnini u apsolutnom koordinatnom sustavu. Međutim, kako vrijeme odmiče, ostale poprečne ravnine plovila, kako je pokazano na Slici 5., u trenucima  $t = t_i$  i  $t_j$  ulaze u ravninu vezanu za apsolutni koordinatni sustav i uranjaju u vodu. U trenutku  $t = t_j$ , strujanje se odvaja od bokova. Vertikalna brzina poprečne ravnine plovila je za mali  $\tau$  jednaka  $U\tau$ , gdje je  $\tau$  lokalni kut nagiba u radijanima. Analiza strujanja u promatranoj ravnini u apsolutnom koordinatnom sustavu je, posljedično, ista kao analiza strujanja pri ulazu u vodu 2D tijela s promjenjivim oblikom i brzinom  $V = U\tau$  prema dolje.



Slika 5: Prikaz načina, na koji 2D analiza ulaska u vodu može biti upotrebljena za analizu stacionarnog strujanja oko glisirajućeg plovila

## 2.3 Savitskyijeva formula

Savitskyijeva formula je empirička formula za izračunavanje koeficijenata uzgona, otpora i tlaka za prizmatične, i glisirajuće profile s naglim prijelazom između dna i bočnih stranica. Formula se temelji na iscrpnim podacima dobivenim putem eksperimenata. Koeficijent uzgona može bit zapisan:

$$C_{L\beta} = C_{L0} - 0.0065\beta C_{L0}^{0.60} \quad (1)$$

gdje je

$$C_{L\beta} = \frac{F_{L\beta}}{0.5\rho U^2 B^2} \quad (2)$$

i

$$C_{L0} = \frac{F_{L0}}{0.5\rho U^2 B^2} = \tau_{deg}^{1.1} (0.012\lambda_W^{0.5} + 0.0055\lambda_W^{2.5}/Fn_B^2) \quad (3)$$

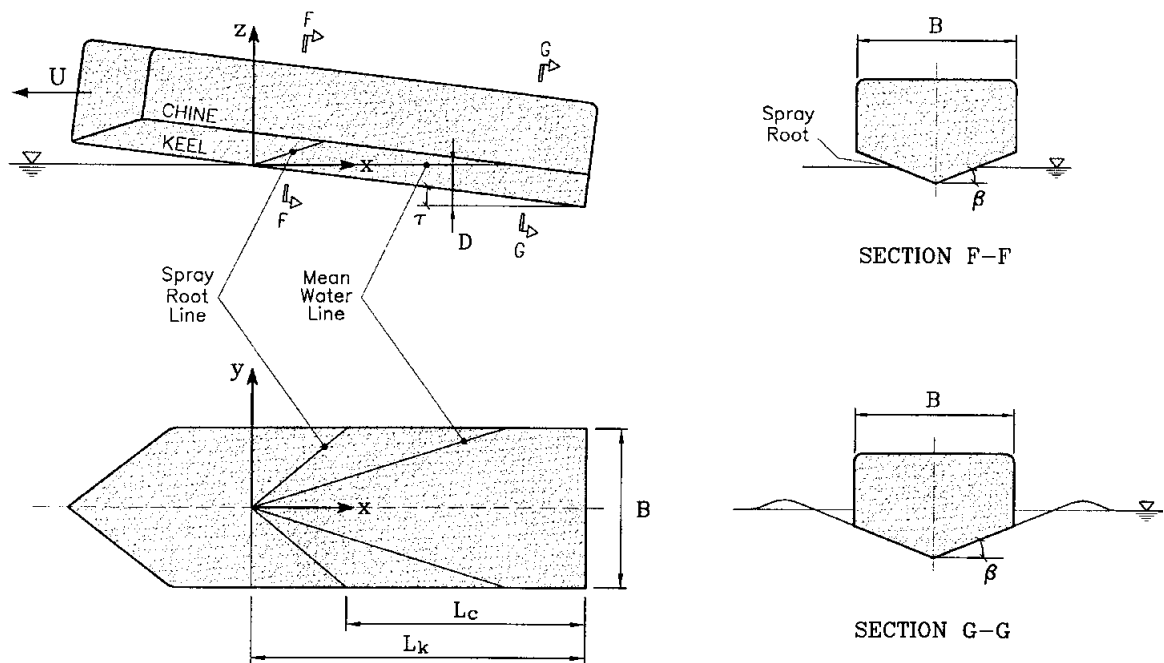
nadalje,

- $C_{L0}$  = koeficijent sile uzgona za nulti bočni kut nagiba ( $\beta = 0^\circ$ )
- $C_{L\beta}$  = koeficijent sile uzgona
- $F_{L0}$  = sila uzgona za nulti bočni kut nagiba ( $\beta = 0^\circ$ )

- $F_{L0}$  = sila uzgona
- $\lambda_W$  = srednji omjer oplakane dužine i širine
- $\tau_{deg}$  = kut nagiba glisirajuće površine u stupnjevima
- $\tau$  = kut nagiba glisirajuće površine u radijanima
- $\beta$  = bočni kut nagiba glisirajuće površine u stupnjevima
- $B$  = širina glisirajuće površine
- $Fn_B = U/(gB)^{0.5}$

Možemo primijetiti da je širina uzeta kao duljinski parametar pri računanju Froudeova broja. Razlog tome, je konstantna vrijednost širine, dok se uzdužne duljine ne mogu znati prije rješavanja jednadžbi ravnoteže za vertikalne sile i momente, za danu brzinu.

Jednadžba (1) vrijedi za  $2^\circ \leq \tau_{deg} \leq 15^\circ$  i  $\lambda_W \leq 4$ . Slika 6. definira geometriju trupa



Slika 6: Objašnjenje simbola korištenih za analizu prizmatičnog glisirajućeg profila

i kuteve  $\beta$  i  $\tau$ . Srednji omjer oplakane dužine i širine je jednak  $0.5 (L_K + L_C) / B$  (iz Slike

6.).  $L_K$  i  $L_C$  su oplakane duljine kobilice i bočne linije. Savitskyjeva formula zahtjeva prizmatični oblik trupa, na primjer, bočni kut nagiba mora biti konstantan duž plovila.

Vidimo iz Savitskyjeve formule da uzgon teži nuli kada kut nagiba teži nuli. Kut nagiba igra ulogu, sličnu ulozi, napadnog kuta u teoriji hidrokrla. Nadalje, uzgon se smanjuje linearno s povećanjem bočnog kuta nagiba  $\beta$ .

Komponenta sile otpora  $R_P$  uzrokovana silama tlaka je u ovom slučaju jednostavno

$$R_P = F_L \beta \tau \quad (4)$$

gdje je  $\tau$  u radijanima. Uzdužna pozicija središta djelovanja tlaka se izražava

$$\frac{l_p}{\lambda_W B} = 0.75 - \frac{1}{5.21 F n_B^2 / \lambda_W^2 + 2.39} \quad (5)$$

gdje  $l_p$  udaljenost mjerena duž kobilice od krmenog zrcala do centra pritiska hidrodinamičke sile. Dijelovi izraza za silu i moment dobiveni puštanjem da  $F n_B \rightarrow \infty$  u jednadžbama (3) i (5) su rezultati hidrodinamičkog uzgona. Hidrostatičke sile i efekti generiranja valova na slobodnoj površini su implicitno uključeni u formulu.

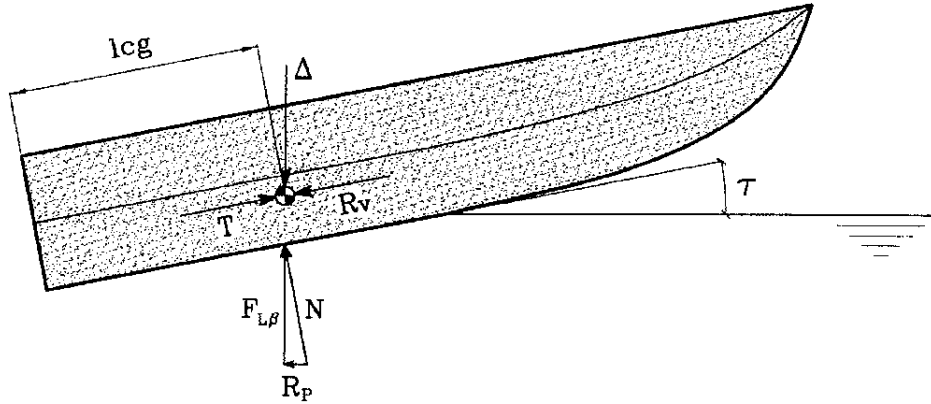
Gravitacija, također mora biti uzeta u obzir za konačni iznos Froudeova broja za glisirajuće plovilo. Postoje, u principu, dva efekta: hidrostatički tlak i generiranje gravitacijskih valova. Međutim, potonji efekt se neće uzimati u obzir. Udio hidrostatičkog tlaka se računa razmatrajući volumen trupa,  $\nabla$ , ispod presječnosti srednje slobodne površine i trupa u glisirajućim uvjetima.

## 2.4 Predviđanje glisirajućeg položaja i otpora plovila u mirnoj vodi

Pod glisirajućim položajem razmatramo kut nagiba i dubinu urona plovila. Prikazat ćemo način, kako možemo previdjeti ove parametre koristeći Savitskyjevu formulu za prizmatične oblike trupa. Također ćemo, predvidjeti i potrebnu snagu za pogon plovila.

Pretpostavimo da sila otpora trenja  $R_V$  i snaga propelera  $T$  djeluju kroz težište trupa. To je prikazano na Slici 7., gdje  $N$  predstavlja ukupnu silu potencijalnog strujanja. Oplakanu

duljinu i glisirajući položaj računamo zadovoljavanjem jednadžbi ravnoteže vertikalnih sila i momenta propinjanja. Nakon toga možemo izračunati potrebnu snagu.



Slika 7: Prizmatični glisirajući trup kod kojeg pravci svih sila prolaze kroz težište

#### 2.4.1 Prosječni omjer oplakane dužine i širine

Zbog djelovanja svih sila kroz težište,  $l_p$  mora biti jednak  $l_{cg}$ . Jednadžbom (5) tada određujemo prosječni omjer oplakane dužine i širine  $\lambda_W$ . Iz jednadžbe je vidljivo da  $\lambda_W$  dobijemo kao rješenje nelinearne jednadžbe.

#### 2.4.2 Kut nagiba $\tau$

Sada koristimo činjenicu da sila uzgona izračunata jednadžbom (1) uravnotežuje težinu plovila

$$C_{L\beta} = mg / (0.5\rho U^2 B^2) \quad (6)$$

Koristeći jednadžbe (1), (2) i (3) određujemo kut nagiba  $\tau$  kao rješenje nelinearne jednadžbe.

#### 2.4.3 Oplakana dužina

Dužina  $x_s = L_K - L_C$  duž kobilice, od točke gdje se presjecaju kobilica i srednja slobodna površina, do točke gdje voda počinje oplakivati bočnu liniju se određuje iz sljedeće jednadžbe:

$$\frac{B}{2} = \frac{\pi}{2 \tan \beta} x_s \tau \quad (7)$$

Oplakana duljina bočnih stranica  $L_C$  i kobilice  $L_K$  se dobije iz

$$\lambda_W = 0.5 (L_K + L_C) / B = 0.5 (x_s + 2L_C) / B \quad (8)$$

Na kraju, dubina urona kobilice na krmenom zrcalu se računa jednadžbom

$$D = L_K \sin \tau \quad (9)$$

#### 2.4.4 Određivanje potrebne snage

Sada će biti izračunat otpor plovila. Otpor trenja trupa možemo izračunati iz jednadžbi

$$R_V = 0.5 \rho C_F S U^2 \quad (10)$$

$$C_F = \frac{0.075}{(\log_{10} Rn - 2)^2} \quad (11)$$

Pomoću zadanih konstanti fluida izračunavamo Reynoldsov broj i uvrštavamo ga u jednadžbu (11) iz koje dobivamo  $C_F$ . Oplakana površina podjeljena je u dva dijela. Oplakana površina  $S_1$  od pramca ( $X = 0$ ) do mjesta gdje počinje oplakani dio bočne linije ( $x = x_s$ ) je odabrana kao dio trupa ispod korijena prskajućeg vala i računa se

$$S_1 = \frac{\tan^2 \beta}{\sin \beta} \left( \frac{B^2}{4(1 + z_{max}/Vt)\tau} \right) \quad (12)$$

U stvarnosti, ova površina može biti i veća. Oplakana površina od  $x = x_s$  do krmenog zrcala je jednostavno

$$S_2 = \frac{B}{\cos \beta} L_C \quad (13)$$

Ukupna oplakana površina je, ako uvedemo da je  $1 + z_{max}/Vt = 0.5\pi$ , jednaka,  $S = S_1 + S_2$ . Iz tog izraza i jednadžbe (10) dobivamo  $R_V$ . Moramo dodati otpor uzrokovan silama tlaka, kojeg ćemo izračunati pomoću jednadžbe (4). Dalje, ukupnu silu dobivamo kao  $R_T = R_V + R_P$ , a snagu (u kW) izračunavamo pomoću izraza

$$P = R_T U \quad (14)$$

### 3 Metoda konačnih volumena i VOF model slobodne površine

Sljedeća poglavlja će biti napisana na temelju FLUENT-ove dokumentacije, koja opisuje implementaciju metode konačnih volumena i VOF modela slobodne površine unutar samog programa [2] i predavanja iz kolegija "Računalna dinamika fluida", profesora Zdravka Viraga [3].

#### 3.1 Metoda konačnih volumena u programskom paketu FLUENT

FLUENT koristi metodu konačnih volumena za diskretizaciju jednadžbi koje opisuju strujanje fluida, kako bi se mogle riješiti numerički. Metoda konačnih volumena se sastoji od integriranja jednadžbi koje opisuju strujanje po svakom konačnom volumenu, što rezultira diskretiziranim jednadžbama, u kojima su sve veličine očuvane. Diskretizacija jednadžbi može biti najlakše prikazana ako razmatramo stacionarnu jednadžbu transporta skalarne veličine  $\phi$ . To je pokazano sljedećom jednadžbom, zapisanom u integralnom obliku za proizvoljni konačni volumen  $V$ :

$$\oint \rho \phi \vec{v} d\vec{A} = \oint \Gamma_\phi \nabla_\phi d\vec{A} + \int_V S_\phi dV \quad (15)$$

gdje je

- $\rho$  = gustoća
- $\vec{v}$  = vektor brzine
- $\vec{A}$  = vektor površine
- $\Gamma_\phi$  = koeficijent difuzije veličine  $\phi$
- $\nabla\phi$  = gradijent veličine  $\phi$
- $S_\phi$  = izvor veličine  $\phi$  po jedinici volumena



Jednadžba (15) se primjenjuje na svaki konačni volumen u računalnoj domeni. Primjer dvodimenzionalnog, trokutastog konačnog volumena je prikazan na Slici 8.. Diskretizirana jednadžba za dani konačni volumen izgleda

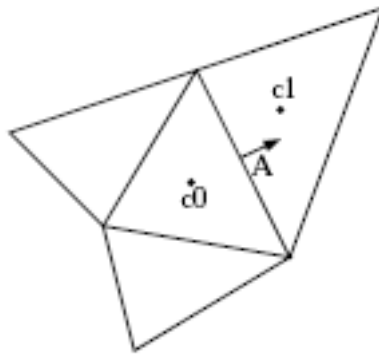
$$\sum_f^{N_{faces}} \rho_f \vec{v}_f \phi_f \vec{A}_f = \sum_f^{N_{faces}} \Gamma_\phi (\nabla \phi)_n \vec{A}_f + S_\phi V \quad (16)$$

gdje je

- $N_{faces}$  = broj površina koje zatvaraju konačni volumen
- $\phi_f$  = vrijednost konvekcije veličine  $\phi$  kroz površinu  $f$
- $\rho_f \vec{v}_f \vec{A}_f$  = maseni protok kroz površinu
- $\vec{A}_f$  = površina  $f$
- $(\nabla \phi)_f$  = veličina  $\nabla \phi$  u smjeru normalnom na površinu  $f$
- $V$  = volumen konačnog volumena

Jednadžbe riješene FLUENT-om temelje se na istom principu kao dana jednadžba, i mogu se primjeniti na višedimenzionalne, nestrukturirane mreže sastavljene od proizvoljnih poliedara.

FLUENT sprema diskretne vrijednosti skalarne veličine  $\phi$  u centru volumena ( $c0$  i  $c1$  na



Slika 8: Konačni volumen korišten za prikaz jednadžbe transporta skalarne veličine

Slici 8.). Međutim, površinske vrijednosti  $\phi_f$  su potrebne za konvekcijski dio jednadžbe (15),

i moraju biti interpolirane iz vrijednosti u centrima volumena. To je postignuto korištenjem uzvodne sheme. Uzvodno, znači, da je površinska vrijednost  $\phi_f$  izvedena iz vrijednosti u uzstrujnom, ili "uzvodnom", volumenu u odnosu na smjer normale brzine  $v_n = \vec{v}_f \vec{A}_f / |\vec{A}_f|$  u jednadžbi (16). FLUENT ima u izboru nekoliko uzvodnih shema: uzvodna shema prvog reda točnosti, uzvodna shema drugog reda točnosti, eksponencijalnu shemu i QUICK shemu. Difuzijski dio jednadžbe (16) je diskretiziran shemom centralne diferencije i uvijek je drugog reda točnosti.

### 3.1.1 Uzvodna shema prvog reda točnosti

Kada je poželjna točnost prvog reda, veličine na površinama volumena se izračunavaju na način, da se pretpostavi da vrijednost neke varijable u centru volumena predstavlja prosjek vrijednosti u volumenu, i ta vrijednost, se koristi po cijelom volumenu, tj. vrijednosti na površini konačnog volumena jednake su vrijednostima u središtu volumena. Kada se koristi uzvodna shema prvog reda točnosti, površinska vrijednost  $\phi_f$  se postavi na vrijednost jednaku veličini  $\phi$  u središtu susjednog uzvodnog volumena.

### 3.1.2 Uzvodna shema drugog reda točnosti

Kada je poželjna shema drugog reda točnosti, vrijednosti na površinama volumena se računaju korištenjem pristupa višedimenzionalne linearne rekonstrukcije. U ovom pristupu, točnost visokog reda je postignuta na površinama volumena razvojem Taylorovog reda za rješenje u središtu volumena oko središta volumena. Iz toga razloga, kada koristimo uzvodnu shemu drugog reda, vrijednost na površinama  $\phi_f$  se računa koristeći sljedeći izraz:

$$\phi_f = \phi + \nabla\phi\Delta\vec{s} \quad (17)$$

gdje su  $\phi$  i  $\nabla\phi$  vrijednost u središtu volumena i njezin gradijent u uzvodnom volumenu, a  $\Delta\vec{s}$  je vektor udaljenosti između središta uzvodnog volumena i središta površine volumena. Ova formulacija zahtjeva određivanje gradijenta  $\nabla\phi$  za svaki volumen. Gradijent se računa korištenjem teorema o divergenciji, koji se u diskretiziranoj formi može zapisati pomoću

izraza:

$$\nabla\phi = \frac{1}{V} \sum_f^{N_{faces}} \tilde{\phi}_f \vec{A} \quad (18)$$

gdje se površinske vrijednosti  $\tilde{\phi}_f$  računaju uprosječavanjem vrijednost  $\phi$ , u dva volumena susjedna površini.

### 3.1.3 Linearizirana forma diskretiziranih jednadžbi

Diskretizirana skalarna transportna jednadžba (15) sadrži nepoznatu skalarnu varijablu  $\phi$  u središtu volumena, a isto tako i nepoznate vrijednosti u susjednim volumenima. Jednadžba, u općem slučaju, može biti nelinearna s obzirom na ovu varijablu. Linearizirani oblik jednadžbe (15) može se zapisati

$$a_p\phi = \sum_{nb} a_{nb}\phi_{nb} + b \quad (19)$$

gdje se indeks  $nb$  odnosi na susjedne volumene, a  $a_p$  i  $a_{nb}$  su linearizirani koeficijenti za  $\phi$  i  $\phi_{nb}$ . Broj susjeda za svaki volumen ovisi o topologiji mreže, ali je uobičajeno jednak broju površina koje zatvaraju volumen (rubni volumeni su iznimka).

Slična jednadžba može biti zapisana za svaki volumen u mreži. Rezultat je sustav algebarskih jednadžbi, koji ima rijetku matricu sustava. Za skalarne jednadžbe, FLUENT rješava ovaj linearni sustav koristeći implicitnu Gauss-Seidel metodu u sprezi s algebarskom multigrid metodom.

### 3.1.4 Podrelaksacija

Zbog nelinearnosti sustava jednadžbi koje FLUENT rješava, potrebno je kontrolirati promjenu  $\phi$ . To se obično postiže korištenjem podrelaksacije, čime se smanjuje promjena  $\phi$  izračunata tokom svake iteracije. U jednostavnom obliku, nova vrijednost varijable  $\phi$  unutar volumena ovisi o staroj vrijednosti,  $\phi_{old}$ , izračunatoj promjeni za  $\phi$ ,  $\Delta\phi$ , i faktoru podrelaksacije,  $\alpha$ , kako slijedi:

$$\phi = \phi_{old} + \alpha\Delta\phi \quad (20)$$

### 3.1.5 Vremenska diskretizacija

Za nestacionarne simulacije, jednađbe koje opisuju strujanje fluida treba diskretizirati po prostoru, i po vremenu. Prostorna diskretizacija za vremenski ovisne jednađbe, je jednaka kao u stacionarnom slučaju. Vremenska diskretizacija uključuje integraciju svakog člana u diferencijalnoj jednađbi po vremenskom koraku  $\Delta t$ . Integracija nestacionarnih izraza je jednosmjerna, kako će biti pokazano u tekstu. Opća formulacija za vremenski razvoj varijable  $\phi$  je dana sljedećim izrazom

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = F(\phi) \quad (21)$$

gdje funkcija  $F$  uključuje bilo kakvu prostornu diskretizaciju. Ako vremensku derivaciju diskretiziramo koristeći shemu unatrag, diskretizacija prvog reda točnosti može se zapisati izrazom,

$$\frac{\phi^{n+1} - \phi^n}{\Delta t} = F(\phi) \quad (22)$$

a diskretizacija drugog reda točnosti izrazom,

$$\frac{3\phi^{n+1} - 4\phi^n + \phi^{n-1}}{2\Delta t} = F(\phi) \quad (23)$$

gdje je

- $\phi$  = skalarna veličina
- $n + 1$  = sljedeći vremenski korak
- $n$  = trenutni vremenski korak
- $n - 1$  = prethodni vremenski korak

Jednom kada je vremenska derivacija diskretizirana, ostaje na izboru način opisivanja funkcije  $F(\phi)$  (implicitna i eksplicitna vremenska integracija)

## 3.2 VOF model slobodne površine

U FLUENT-u za opisivanje problema višefaznog strujanja postoje tri modela:

- Volume of Fluid (VOF) model

- Model smjese
- Eulerovski model

VOF model je prikladan za slojevite probleme i probleme sa slobodnom površinom, dok su model smjese i Eulerovski model, pogodni za probleme u kojima se faze miješaju ili odvajaju, ili gdje volumni udio disperziranog fluida prelazi 10 %.

VOF formulacija se temelji na činjenici da dva ili više fluida (ili faza), međusobno ne prodiru jedni u druge. Za svaku dodatnu fazu u modelu uvodi se nova varijabla: volumni udio faze u konačnom volumenu. U svakom volumenu, volumni udjeli zajedno zbrojeni moraju davati jedinicu. Polja svih varijabli i svojstava se dijele po fazama, i predstavljaju volumenski uprosječene vrijednosti, sve dok su poznati volumni udjeli svih faza na svakom mjestu. Iz toga razloga, varijable i svojstva u proizvoljnom konačnom volumenu su, ili jednostavno vrijednosti zadane za jednu od faza, ili vrijednosti smjese faza, u ovisnosti o vrijednostima volumnih udjela. Drugim riječima, ako volumni udio  $q$ -tog fluida u konačnom volumenu označimo s  $\alpha_q$ , tada postoje sljedeća tri stanja:

- $\alpha_q = 0$ : konačni volumen je prazan (nema  $q$ -tog fluida)
- $\alpha_q = 1$ : konačni volumen je pun ( $q$ -tog fluida)
- $0 < \alpha_q < 1$ : ako se konačni volumen nalazi na granici  $q$ -tog fluida s jednim ili više drugih fluida

Temeljem lokalne vrijednosti  $\alpha_q$ , odgovarajuća svojstva i varijable će biti dodijeljene svakom konačnom volumenu u domeni.

### 3.2.1 Jednadžba volumnih udjela

Praćenje granice(a) između faza je omogućeno rješavanjem jednadžbe kontinuiteta za volumne udjele jedne (ili više) faza. Za  $q$ -tu fazu, ova jednadžba ima sljedeći oblik:

$$\frac{\partial \alpha_q}{\partial t} + \vec{v} \nabla \alpha_q = \frac{S_{\alpha_q}}{\rho_q} \quad (24)$$

Zadana vrijednost izvorskog člana na desnoj strani jednadžbe (24) je nula, ali se može definirati za svaku fazu. Jednadžba volumnih udjela neće biti rješavana za primarnu fazu; volumni udio primarne faze će biti računat na temelju sljedećeg uvjeta:

$$\sum_{q=1}^n \alpha_q = 1 \quad (25)$$

### 3.2.2 Svojstva

Svojstva koja se pojavljuju u transportnoj jednadžbi su određena prisutnošću faza u svakom konačnom volumenu. U dvofaznom sustavu, na primjer, ako su faze predstavljene indeksima 1 i 2, i ako pratimo volumni udio druge faze, gustoća u svakom konačnom volumenu je dana izrazom

$$\rho = \alpha_2 \rho_2 + (1 - \alpha_2) \rho_1 \quad (26)$$

Općenito, za  $n$ -fazni sustav, gustoća, uprosječena prema volumnim udjelima se može zapisati:

$$\rho = \sum \alpha_q \rho_q \quad (27)$$

Sva ostala svojstva računaju se na isti način.

### 3.2.3 Jednadžba količine gibanja

Jedna jednadžba količine gibanja se rješava po cijeloj domeni, i rezultirajuće polje brzine je zajedničko za faze. Jednadžba količine gibanja, napisana ispod, je ovisna o volumnim udjelima svih faza preko svojstava  $\rho$  i  $\mu$ .

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \vec{v}) + \nabla (\rho \vec{v} \vec{v}) = -\nabla p + \nabla [\mu (\nabla \vec{v} + \nabla \vec{v}^T)] + \rho \vec{g} + \vec{F} \quad (28)$$

Jedno od ograničenja aproksimacije zajedničkih polja, je da u slučaju, gdje postoje velike razlike brzina između faza, može imati neugodnog utjecaja na točnost računatih brzina na granici.

### 3.2.4 Energetska jednadžba

Energetska jednadžba, također zajednička za sve faze, je prikazana ispod.

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho E) + \nabla (\vec{v} (\rho E + p)) = \nabla (k_{eff} \nabla T) + S_h \quad (29)$$

VOF model tretira energiju,  $E$ , i temperaturu,  $T$ , kao varijable uprosječene po masi:

$$E = \frac{\sum_{q=1}^n \alpha_q \rho_q E_q}{\sum_{q=1}^n \alpha_q \rho_q} \quad (30)$$

gdje se  $E_q$  za svaku fazu temelji na specifičnoj toplini te faze i zajedničkoj temperaturi. Svojstva  $\rho$  i  $k_{eff}$  (efektivna toplinska provodnost) su zajednička za faze. Izvorski član,  $S_h$ , sadržava utjecaj zračenja, i drugih volumenskih izvora topline.

Kao i kod polja brzine, točnost temperatura blizu granica je ograničena u slučaju postojanja velikih razlika u temperaturi između faza. Takvi problemi se javljaju i u slučaju kad se svojstva faza razlikuju za nekoliko redova veličine. Na primjer, ako problem uključuje rastaljeni metal u kombinaciji sa zrakom, toplinska provodnost materijala se može razlikovati za četiri reda veličine. Takvi veliki nesrazmjeri svojstava mogu dovesti do sustava jednadžbi s neizotropnim koeficijentima, što može dovesti do ograničenja točnosti i konvergencije.

### 3.2.5 Dodatne skalarne jednadžbe

Ovisno o definiciji problema, dodatne skalarne jednadžbe mogu biti uključene u rješavanje problema. U slučaju turbulentnih veličina, rješava se jedan sustav transportnih jednadžbi, a turbulentne varijable (npr.,  $k$  i  $\varepsilon$ ), ili Reynoldsova naprezanja su zajednička za sve faze u domeni.

### 3.2.6 Interpolacija u blizini granice

FLUENT-ova formulacija konačnih volumena zahtjeva da konvektivini i difuzijski transport budu računati za sami konačni volumen, i uravnoteženi s izvorskim članom u konačnom volumenu. U FLUENT-u postoje četiri sheme za izračun površinskih tokova s VOF modelom: geometrijska rekonstrukcija, donor-akceptor shema, Eulerova eksplicitna shema i implicitna shema.

U shemi geometrijske rekonstrukcije, i donor-akceptor shemi, FLUENT primjenjuje posebnu interpolaciju za konačne volumene koji leže blizu granice dviju faza. Slika 9. prikazuje redom; stvarnu granicu, granicu dobivenu geometrijskom rekonstrukcijom i donor-akceptor shemom. Eulerova eksplicitna shema i implicitna shema tretiraju konačne volumene uz granicu istom

interpolacijom kao i konačne volumene u potpunosti ispunjene jednom fazom (koristeći standardne uzvodne sheme, prvog ili drugog reda točnosti, ili QUICK shemu).

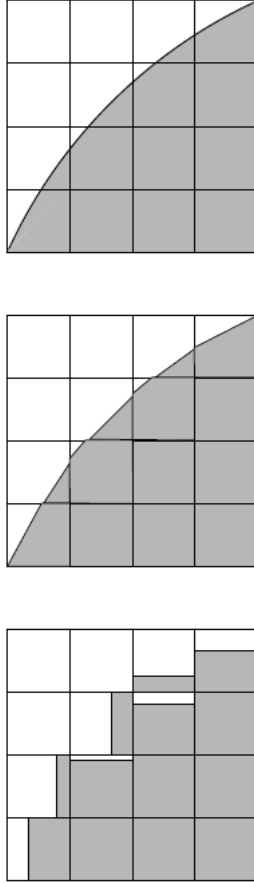
**Shema geometrijske rekonstrukcije** U pristupu geometrijske rekonstrukcije, standardne interpolacijske sheme FLUENT koristi kako bi izračunao površinske tokove za konačne volumene u potpunosti ispunjene jednim fluidom. Kada je konačni volumen blizu granice dviju faza koristi shemu geometrijske rekonstrukcije. Shema geometrijske rekonstrukcije predstavlja granicu između fluida, koristeći linearni pristup za pojedine konačne volumene. U FLUENT-u ova shema je najtočnija i primjenjiva je za općenite nestrukturirane mreže. Shema pretpostavlja linearni profil granice između dva fluida u svakom konačnom volumenu, i koristi linearni oblik za izračun advekcije fluida kroz površine konačnih volumena.

Prvi korak u rekonstrukcijskoj shemi je izračun relativne pozicije granice u odnosu na središte svakog parcijalno popunjenog konačnog volumena, na temelju podataka o volumnim udjelima i njihovim derivacijama u konačnom volumenu. Drugi korak je izračun advekcije fluida kroz sve površine, korištenjem izračunate linearne granice i informacija o normalnim i tangencijalnim brzinama na površinama. Treći korak je računanje volumnih udjela u svakom konačnom volumenu korištenjem ravnoteže tokova izračunatih u prethodnim koracima. Kada se koristi shema geometrijske rekonstrukcije, računa se vremenski ovisno rješenje.

**Donor-akceptor shema** U pristupu shemom donor-akceptor, standardne interpolacijske sheme se koriste za izračun površinskih tokova ako je konačni volumen u potpunosti ispunjen jednim fluidom. Kada se konačni volumen nalazi u blizini granice dviju faza, "donor-akceptor" shema se koristi za izračun advekcije fluida kroz površine. Ova shema prepoznaje jedan konačni volumen kao donora određene količine fluida, i koristi se za sprječavanje numeričke difuzije na granici. Količina jedne faze fluida koja se konvekcijom može prenijeti kroz granice konačnih volumena je ograničena minimumom jedne od sljedećih veličina: popunjenim volumenom u donorskom konačnom volumenu ili slobodnim volumenom u akceptorskom konačnom volumenu.

Orijentacija granice se, također, koristi pri određivanju površinskih tokova. Orijentacija granice je, ili horizontalna, ili vertikalna. Orijentacija ovisi o smjeru gradijenta volumnog





Slika 9: Prikaz stvarne granice i njene interpolacije geometrijskom rekonstrukcijom, i shemom donor-akceptor

udjela  $q$ -te faze za računati konačni volumen, i za konačni volumen s kojim dijeli promatranu površinu. Za donor-akceptor shemu računamo vremenski ovisno rješenje.

**Eulerova eksplicitna shema** U Eulerovom eksplicitnom pristupu, FLUENT-ova standardna interpolacija konačnim razlikama se primjenjuje na volumne udjele izračunate u prethodnom koraku,

$$\frac{\alpha_q^{n+1} - \alpha_q^n}{\Delta t} V + \sum_f (U_f^n \alpha_{q,f}^n) = 0 \quad (31)$$

gdje je

- $n + 1$  = indeks za novi (sadašnji) vremenski korak

- $n$  = indeks za prošli vremenski korak
- $\alpha_{q,f}$  = površinska vrijednost  $q$ -tog volumnog udjela, računata uzvodnom shemom prvog ili drugog reda točnosti, ili QUICK shemom
- $V$  = veličina konačnog volumena
- $U_f$  = volumni protok kroz površinu, temeljen na normalnoj brzini

Ovakva formulacija ne zahtjeva iterativno rješavanje transportne jednadžbe u svakom vremenskom koraku, kao kod implicitne sheme. Kada se koristi Eulerova shema računa se vremenski ovisno rješenje.

**Implicitna shema** U metodi implicitne interpolacije, FLUENT-ova standardna interpolacija konačnim razlikama se koristi za dobivanje površinskih tokova za sve konačne volumene, uključujući i one blizu granice.

$$\frac{\alpha_q^{n+1} - \alpha_q^n}{\Delta t} V + \sum_f (U_f^{n+1} \alpha_{q,f}^{n+1}) = 0 \quad (32)$$

Zbog potrebe poznavanja volumnih udjela u trenutnom vremenskom koraku (za razliku od korištenja vrijednosti iz prethodnog koraka u Eulerovoj eksplicitnoj shemi), standardna skalarna transportna jednadžba mora biti iterativno rješavana za volumne udjele svih neprimarnih faza u svakom vremenskom koraku. Implicitna shema se može koristiti za vremenski ovisna i stacionarna rješenja.

### 3.2.7 Vremenska ovisnost

Za vremenski ovisne VOF proračune, jednadžba (24) se rješava korištenjem eksplicitne vremenski marširajuće sheme. FLUENT automatski usavršava vremenski korak integracije za jednadžbu volumnih udjela, ali se na korak integracije može utjecati mijenjanjem Courantova broja. Volumni udjeli se mogu korigirati svaki vremenski korak, ili u svakoj iteraciji svih vremenskih koraka.

### 3.2.8 Površinska napetost i prijanjanje za stijenu

VOF model može također, uzeti u obzir efekte površinske napetosti duž granice između dviju faza. Taj model može biti dodatno proširen zadavanjem kontaktnih kuteva između faza i stijene.

**Površinska napetost** Površinska napetost se pojavljuje kao rezultat privlačnih sila među molekulama fluida. Za primjer, razmotrimo mjehur zraka u vodi. Unutar mjehura, ukupna sila na molekulu zbog utjecaja susjednih molekula je nula. Međutim, na površini, resultantna sila je radijalna sila prema unutra. Kombinirani utjecaj radijalnih komponenti sila po cijeloj sfernoj površini uzrokuje skupljanje površine, i na taj način, povećava se pritisak na konkavne strane površine. Površinska napetost je sila, koja djeluje samo na površini, koja je potrebna da bi se održala ravnoteža u takvim slučajevima. Djeluje kao radijalna sila prema vani, koja proizlazi iz gradijenta tlaka, i uravnotežuje radijalnu međumolekularnu silu prema unutra. U područjima gdje su dva fluida razdvojena, ali jedan od njih nije u obliku sfernog mjehura, površinska napetost minimizira slobodnu energiju smanjujući površinu granice.

FLUENT koristi "Continuum surface force" (CSF) model, kao model površinske napetosti. S ovim modelom, dodatak površinske napetosti u VOF proračun, rezultira pojavom izvorskog člana u jednadžbi količine gibanja. Da bi razumjeli podrijetlo izvorskog člana, razmotriti ćemo poseban slučaj gdje je površinska napetost konstantna duž površine, i gdje se u obzir uzimaju samo normalne sile na površinu. Može se pokazati, da pad tlaka duž površine ovisi o koeficijentu površinske napetosti,  $\sigma$ , i zakrivljenosti površine, mjerene s dva radij vektora u ortogonalnim smjerovima,  $R_1$  i  $R_2$ :

$$p_2 - p_1 = \sigma \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \quad (33)$$

gdje su  $p_1$  i  $p_2$ , tlakovi u fluidima s obje strane granice. U FLUENT-u, formulacija CSF modelom se koristi, tamo, gdje se površinska zakrivljenost računa iz lokalnih gradijenata u pravcu normale na granicu. Neka je  $n$  normala na površinu, definirana kao gradijent  $\alpha_q$ , tj. gradijent volumnog udjela  $q$ -te faze.

$$n = \nabla \alpha_q \quad (34)$$

Zakrivljenost  $\kappa$ , je definirana kao divergencija jedinične normale  $\hat{n}$ :

$$\kappa = \nabla \hat{n} \quad (35)$$

gdje je

$$\hat{n} = \frac{n}{|n|} \quad (36)$$

Površinska napetost može biti zapisana pomoću izraza za promjenu tlaka po površini. Površinske sile mogu se izraziti kao volumne sile koristeći teorem o divergenciji. Volumna sila dobivena na ovaj način predstavlja izvorski član, dodan jednadžbi količine gibanja. Volumna sila je zapisana u sljedećem obliku:

$$F_{vol} = \sum_{pairs} \sum_{ij, i < j} \sigma_{ij} \frac{\alpha_i \rho_i \kappa_j \nabla \alpha_j + \alpha_j \rho_j \kappa_i \nabla \alpha_i}{\frac{1}{2}(\rho_i + \rho_j)} \quad (37)$$

Ovaj izraz omogućuje glatku superpoziciju sila u blizinu konačnih volumena gdje je prisutno više od dvije faze. Ako su samo dvije faze prisutne u konačnom volumenu, tada je  $\kappa_i = -\kappa_j$ , i  $\nabla \alpha_i = -\nabla \alpha_j$ , i jednadžbu (37) možemo pojednostaviti na izraz

$$F_{vol} = \sigma_{ij} \frac{\rho \kappa_i \nabla \alpha_i}{\frac{1}{2}(\rho_i + \rho_j)} \quad (38)$$

gdje je  $\rho$  volumenski uprosječena gustoća izračunata koristeći jednadžbu (27). Jednadžba (38) pokazuje, da je izvorski član, dobiven zbog površinske napetosti, proporcionalan prosječnoj gustoći u konačnom volumenu.

**Slučajevi gdje se površinska napetost uzima u obzir** Važnost površinske napetosti se određuje pomoću dvije bezdimenzijske veličine: Reynoldsova broja,  $Re$ , i kapilarnog broja,  $Ca$ ; ili iz Reynoldsova broja,  $Re$ , i Weberovog broja,  $We$ . Za vrijednost  $Re \ll 1$ , interesantna veličina je kapilarni broj:

$$Ca = \frac{\mu U}{\sigma} \quad (39)$$

dok je za  $Re \gg 1$ , interesantna veličina Weberov broj:

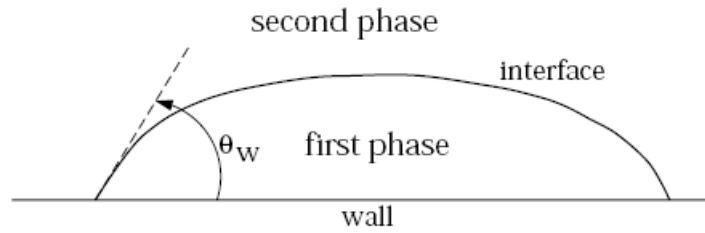
$$We = \frac{\sigma}{\rho L U^2} \quad (40)$$

gdje je  $U$  brzina neporemećenog strujanja. Utjecaj površinske napeosti može se zanemariti u slučaju  $Ca \gg 1$ , ili  $We \ll 1$

**Prijanjanje uz stijenku** Opcija zadavanja kuta prijanjanja uz stijenku, u vezi s modelom površinske napetosti, također postoji u VOF modelu. Umjesto da zadajemo ovaj rubni uvjet na samoj stijenci, kut dodira, pod kojim se pretpostavlja da fluid dodiruje stijenku, se koristi za prilagođavanje površinskih normala konačnih volumena uz stijenku. Ovaj tzv. dinamički rubni uvjet dovodi do prilagodbe zakrivljenosti površine blizu stijenske. Ako je  $\theta_w$  dodirni kut na stijenci, tada površinsku normalu za konačni volumen uz stijenku možemo zapisati na sljedeći način:

$$\hat{n} = \hat{n}_w \cos \theta_w + \hat{t}_w \sin \theta_w \quad (41)$$

gdje su  $\hat{n}_w$  i  $\hat{t}_w$  jedinični vektori u pravcima normale i tangente na stijenku. Kombinacija ovako izračunatog dodirnog kuta i standardno izračunate normale na udaljenosti jednog konačnog volumena od stijenske određuje lokalnu zakrivljenost površine. Dodirni kut  $\theta_w$  je kut između stijenske i tangente na granicu, na stijenci, mjeren unutar primarne faze kako pokazuje Slika 10.



Slika 10: Mjerenje dodirnog kuta

## 4 Opis računalnog modela gibanja glisirajućeg profila po površini vode

U ovom tekstu pratiti ćemo promjenu koeficijenata sila glisirajućeg profila s obzirom na kut zakreta i dubinu urona. Ukupno ćemo pratiti pet situacija (za konstantnu dubinu urona mijenjati ćemo kut nagiba,  $\alpha = 3^\circ, \alpha = 5^\circ, \alpha = 8^\circ$ , a za konstantan kut nagiba mijenjati ćemo dubinu urona,  $D = 0.02, D = 0.03, D = 0.04$ ). Za svaku situaciju potrebno je izraditi odgovarajući računalni model. U daljnjem tekstu, na primjeru jedne situacije, bit će prikazan postupak izrade računalnog modela.

### 4.1 Bezdimenzijska analiza

Prvi korak pri izradi računalnog modela gibanja glisirajućeg profila po površini vode je računanje bezdimenzijskih veličina i izračunavanje bezdimenzijskih parametara. Za pojavu glisiranja, značajne bezdimenzijske veličine su Reynoldsov broj,  $Re$  (optjecanje profila), i Froudeov broj,  $Fn$  (strujanje na slobodnoj površini pod utjecajem gravitacije).

Za početak, zadajemo realne vrijednosti koje se pojavljuju prilikom glisirajućeg gibanja jedriličara na dasci:

- $L = 2$  m ; duljina daske
- $U = 15$  m/s ; brzina daske

Također, zadajemo vrijednosti fizikalnih svojstava morske vode i zraka, i gravitaciju:

- $\rho_v = 1026$  kg/m<sup>3</sup> ; gustoća morske vode
- $\nu_v = 1.19 \times 10^{-6}$  m<sup>2</sup>/s ; kinematička viskoznost morske vode
- $\rho_z = 1.225$  kg/m<sup>3</sup> ; gustoća zraka
- $\nu_z = 1.51 \times 10^{-7}$  m<sup>2</sup>/s ; kinematička viskoznost vode
- $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup> ; gravitacijsko ubrzanje

Sada je potrebno izračunati bezdimenzijske veličine za vrijednost realnih parametara:

$$Re = \frac{UL}{\nu} = 2.52 \times 10^7 \quad Fn = \frac{U^2}{gL} = 11.47 \quad (42)$$

Kao proizvoljne bezdimenzijske parametre uzeti ćemo:  $\tilde{L} = 1, \tilde{U} = 1, \tilde{\rho}_v = 1, \tilde{\rho}_z = 1.1939 \times 10^{-3}$ . Pomoću proizvoljnih parametara i izračunatih bezdimenzijskih veličina, korištenjem izraza (42), možemo izračunati ostale bezdimenzijske parametre:  $\tilde{\nu}_v = 3.968 \times 10^{-8}, \tilde{\nu}_z = 5.81 \times 10^{-10}, \tilde{g} = 0.0872$ . Korištenjem bezdimenzijskog modela omogućujemo, da primjenom teorije sličnosti, rezultate dobivene na jednom modelu primijenimo na svim geometrijski sličnim modelima, koji imaju iste vrijednosti bezdimenzijskih veličina.

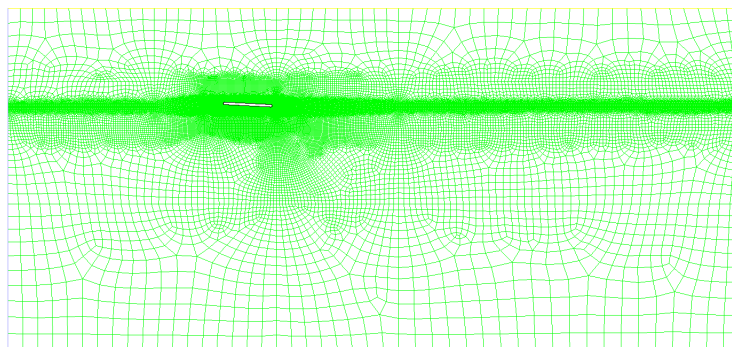
## 4.2 Izrada mreže konačnih volumena

Za svaku karakterističnu situaciju potrebno je izraditi mrežu konačnih volumena, na kojoj će se pomoću programa FLUENT računati numeričke jednadžbe. Za uspješnu primjenu numeričkog računa potrebno je izraditi kvalitetne mreže konačnih volumena, s obzirom na zadanu geometriju i tip promatranog problema. Prilikom izrade mreže moramo paziti da u područjima, gdje očekujemo velike promjene nekih veličina pogustimo mrežu (djelovi uz sami profil). Također, mreža će biti vrlo gusta u području slobodne površine, zbog što točnijeg opisa ponašanja slobodne površine. Uz sami profil, važan faktor je bezdimenzijska veličina  $y^+$ ,

$$y^+ = \frac{yv_\tau}{\nu} \quad (43)$$

gdje je,  $y$  udaljenost središta prvog konačnog volumena uz profil. Veličina  $y^+$  utječe na točnost izračuna viskoznih sila u graničnom sloju.

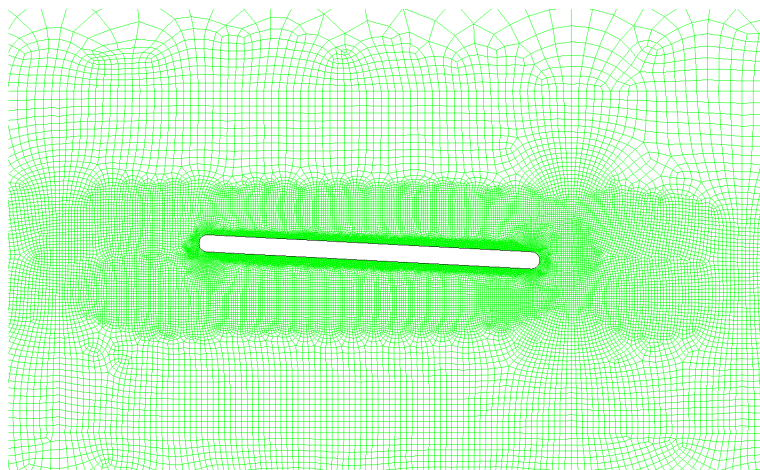
Mreže su vrlo slične za sve karakteristične situacije (mijenja se jedino središnji dio, ovisno o nagibu, profil se rotira oko točke s najvećom dubinom urona), a jedna od njih je prikazana na Slikama 11. i 12. Mreže su izrađene pomoću programa GAMBIT i u prosjeku imaju 80000 konačnih volumena, i veličine su  $15 \times 7$ . Dio mreže iza profila je deset puta veći od duljine samog profila, zbog ispunjavanja paraboličkih uvjeta na izlaznoj granici. Dubina mreže je pet puta veća od duljine profila, zbog isključivanja utjecaja dna na ponašanje



Grid

Feb 02, 2010  
FLUENT 6.0 (2d, dp, segregated, lam)

Slika 11: Karakteristični izgled mreže



Grid

Feb 02, 2010  
FLUENT 6.0 (2d, dp, segregated, lam)

Slika 12: Uvećani pogled na fini dio mreže uz profil



slobodne površine. Ulazni dio je podjeljen na dva dijela (posebni ulaz za svaki fluid), što će biti dodatno pojašnjeno u daljnjem tekstu. Posebno je važno naglasiti, da profil mora imati određenu debljinu, zbog ograničenja VOF modela.

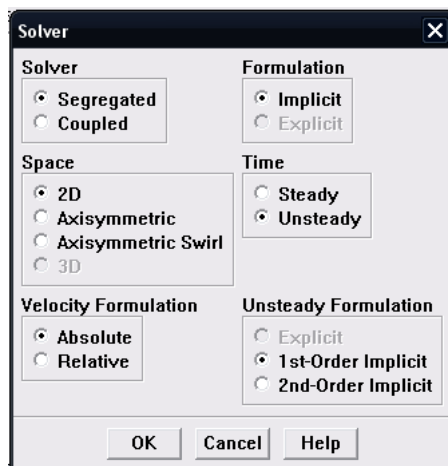
## 4.3 Postavljanje računalnog modela u programu FLUENT

U programski paket FLUENT učitavamo mrežu konačnih volumena, prethodno izrađenu u GAMBIT-u. Za učitavanje mreže radimo CASE file u kojem zadajemo potrebne parametre pomoću FLUENT-ovih izbornika. Postupak izrade CASE filea biti će prikazan kroz nekoliko koraka.

### 4.3.1 Opće postavke modela

Prvo uključujemo sekvencijalni model nestacionarnog strujanja (Slika 13.). Iako je, prva opcija bila izrada simulacije stacionarnog stanja, zbog nestacionarne prirode glisirajućeg gibanja koristi se nestacionarni model. Uključiti ćemo implicitnu vremensku shemu prvog reda točnosti.

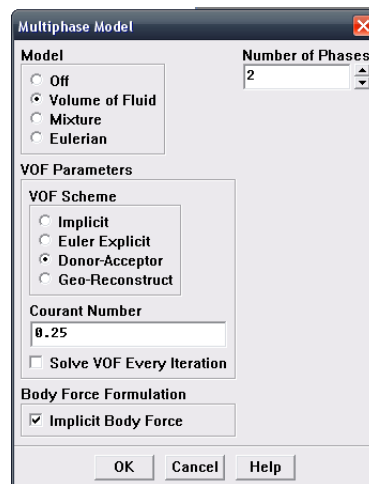
**Define → Models → Solver**



Slika 13: Uključivanje nestacionarnog modela

Sljedeći korak je uključivanje VOF (Volume of Fluid) modela višefaznog strujanja (Slika 14.). U izborniku VOF modela biramo opciju "donor-akceptor" interpolacije volumnih udjela u graničnim konačnim volumenima i uključujemo opciju "Implicit body force".

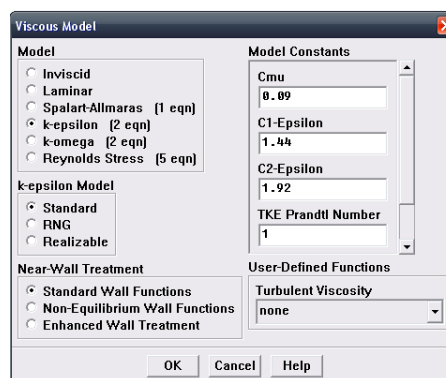
**Define** → **Models** → **Multiphase**



Slika 14: Uključivanje VOF modela višefaznog strujanja

Nakon toga uključujemo standardni k- $\epsilon$  model turbulencije (slika 15.)

**Define** → **Models** → **Viscous**

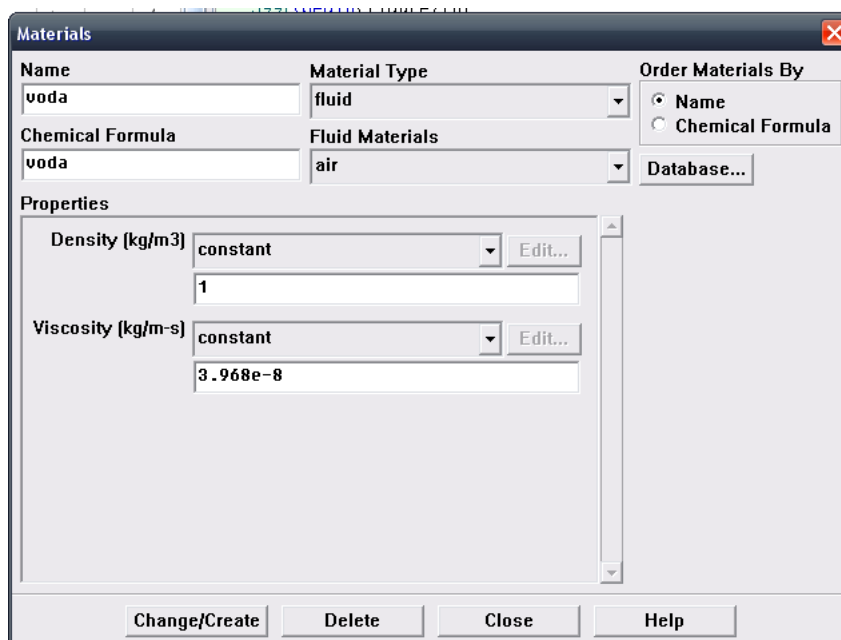


Slika 15: Uključivanje k- $\epsilon$  modela turbulencije

### 4.3.2 Postavke materijala i faza

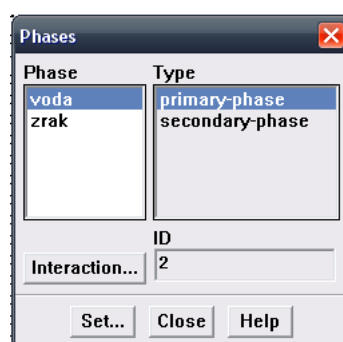
Sljedeći korak je kreiranje novih materijala (voda i zrak) koje ćemo koristiti kao primarnu i sekundarnu fazu (slika 16.).

Define → Materials



Slika 16: Zadavanje parametara za materijal

Define → Phases

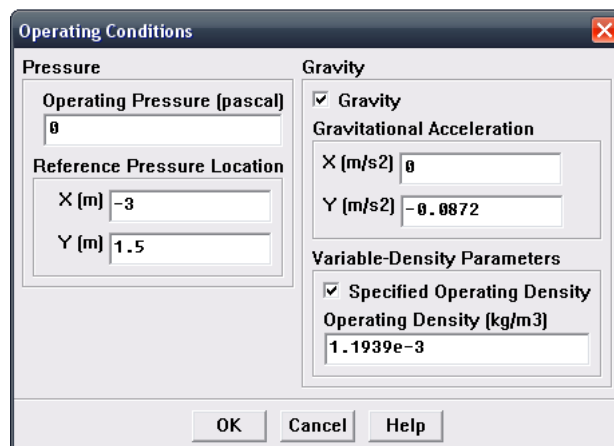


Slika 17: Zadavanje primarne i sekundarne faze

### 4.3.3 Zadavanje gravitacije i rubnih uvjeta

Zadajemo gravitaciju i referentnu gustoću, i postavljamo referentnu točku (u području rijeđe faze)(Slika 18.)

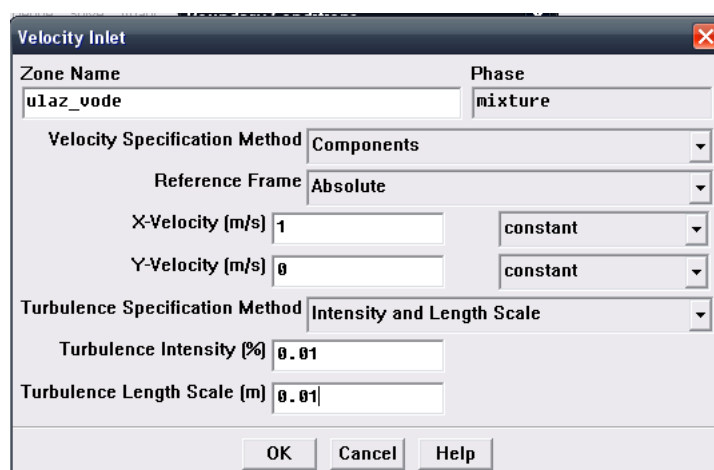
Define → Operating Conditions



Slika 18: Zadavanje gravitacije i referentne gustoće

Rubne uvjete zadajemo na svim granicama. Donji i gornji rub opisujemo pomoću "symmetry" rubnog uvjeta, tj. kao zid bez trenja, za koji ne zadajemo nikakve dodatne podatke (ovaj rubni uvjet koristimo radi stabilnosti jednadžbe kontinuiteta). Izlazni (desni) rub opisujemo pomoću "outflow" rubnog uvjeta, i na njemu, također, ne zadajemo nikakve dodatne podatke. Profil opsujemo kao stijenu, tj. "wall" rubni uvjet, za koji ne zadajemo nikakve dodatne parametre. Ulazni (lijevi) rub dijelimo na dva dijela. Dio na kojem ulazi voda, i dio na kojem ulazi zrak. Oba dva ulaza opisujemo pomoću "velocity-inlet" rubnog uvjeta, na kojem zadajemo dva tipa rubnih uvjeta. Prvom grupom rubnih uvjeta zadajemo podatke za ukupan fluid koji ulazi kroz granicu, a drugim rubnim uvjetom zadajemo volumni udio sekundarne faze na ulaznom rubu (Slike 19. i 20.)

Define → Boundary Conditions



Slika 19: Definiranje rubnih uvjeta za ukupan ulazeći fluid

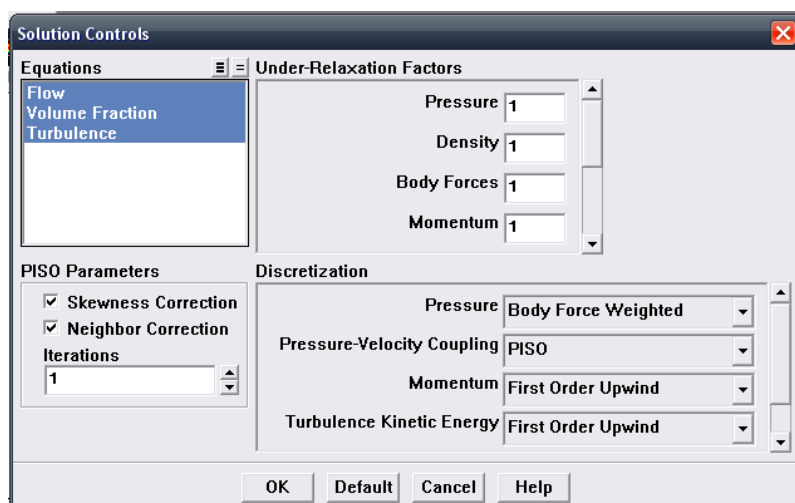


Slika 20: Definiranje rubnog uvjeta za sekundarnu fazu

#### 4.3.4 Postavke numeričkog rješavača i kriterija konvergencije

U postavkama numeričkog rješavača (Slika 21.) izabiremo numeričke shema pomoću kojih će FLUENT rješavati jednadžbe zadane modelom (za ovako postavljen model rješavaju se tri jednadžbe: jednadžba kontinuiteta, jednadžba turbulencije i jednadžba volumnih udjela). U ovom dijelu, također, određujemo podrelaksacijske faktore (koje ćemo zbog malog vremenskog koraka integracije postaviti na jedinicu).

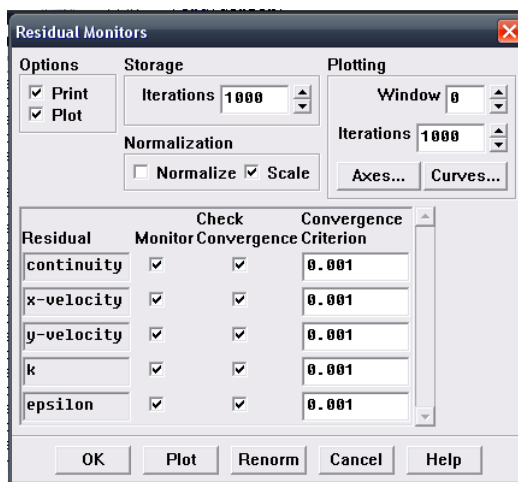
Solve → Controls → Solution



Slika 21: Postavke numeričkog rješavača

Sljedeći korak je postavljanje kriterija konvergencije pomoću kojih određujemo točnost rješenja i potrebno računalno vrijeme za izračun jednog vremenskog koraka (Slika 22.)

Solve → Monitors → Residual

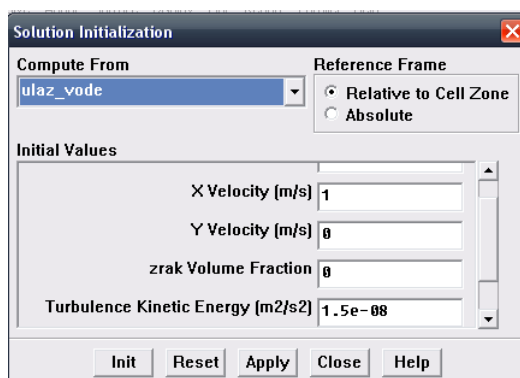


Slika 22: Zadavanje kriterija konvergencije

### 4.3.5 Početno stanje

U ovom koraku ćemo zadati stanje na početku simulacije. Prvi dio je zadavanje početnih vrijednosti polja fizikalnih veličina na cijeloj domeni (u našem slučaju za cijelu domenu zadajemo podatke s ulaznog ruba primarne faze)(Slika 23.)

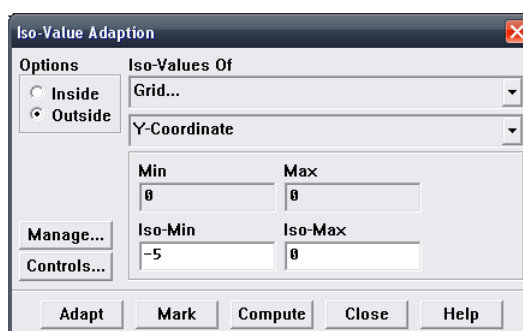
**Solve** → **Initialize** → **Initialize**



Slika 23: Zadavanje početnog stanja

Nakon zadavanja početnog stanja, moramo odgovarajući dio "napuniti" sekundarnom fazom. Prvo je potrebno označiti odgovarajuće konačne volumene (Slika 24.)

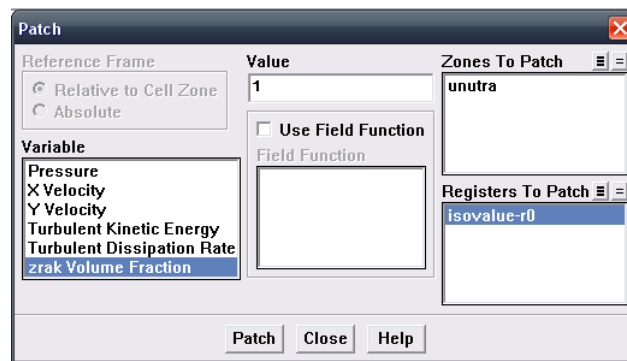
**Adapt** → **Iso-Value**



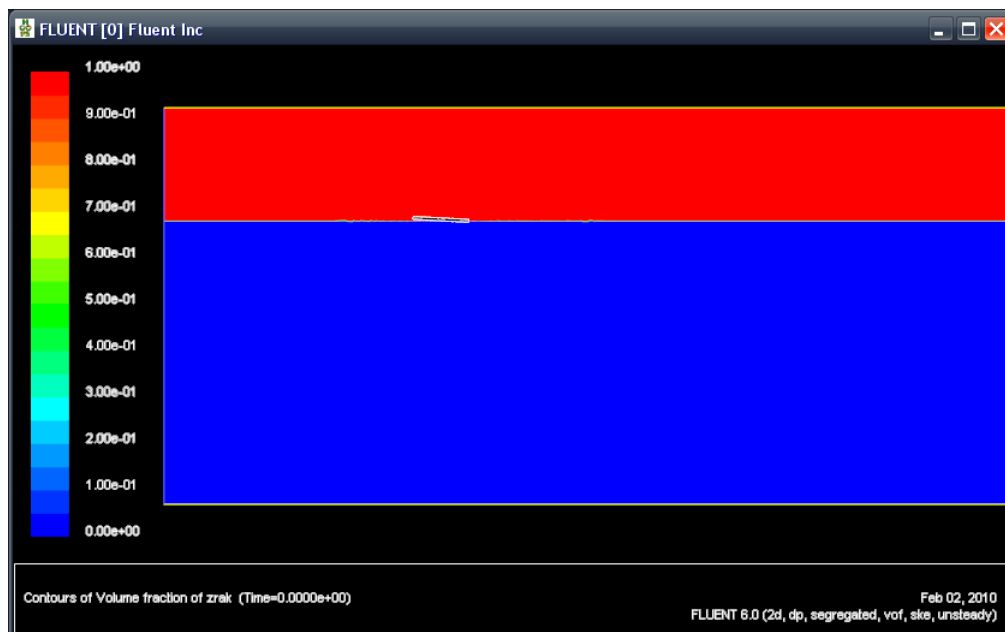
Slika 24: Markiranje potrebnog dijela domene

Nakon toga, markirani dio domene "punimo" sekundarnom fazom (slika 25.)

Solve → Initialize → Patch



Slika 25: "Punjenje" dijela domene sekundarnom fazom



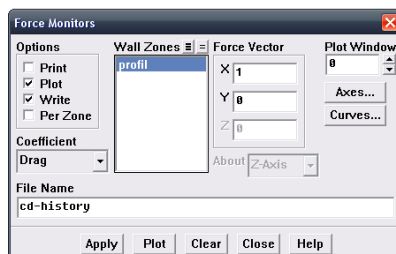
Slika 26: Početni izgled slobodne površine



### 4.3.6 Ispisivanje traženih veličina

Prije početka simulacije određujemo veličine za koje će se iscrtavati dijagrami (Slika 27.). U ovom slučaju interesantne veličine su koeficijenti sila otpora i uzgona.

**Solve** → **Monitors** → **Force**

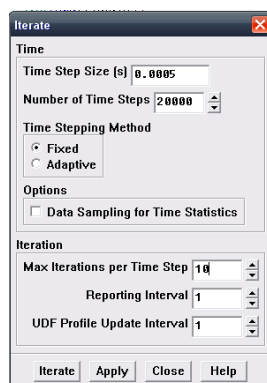


Slika 27: Uključivanje ispisa dijagrama koeficijenta sile otpora

### 4.3.7 Pokretanje simulacije

U zadnjem koraku definiramo vremenski korak simulacije i pokrećemo proračun (Slika 28.)

**Solve** → **Iterate**

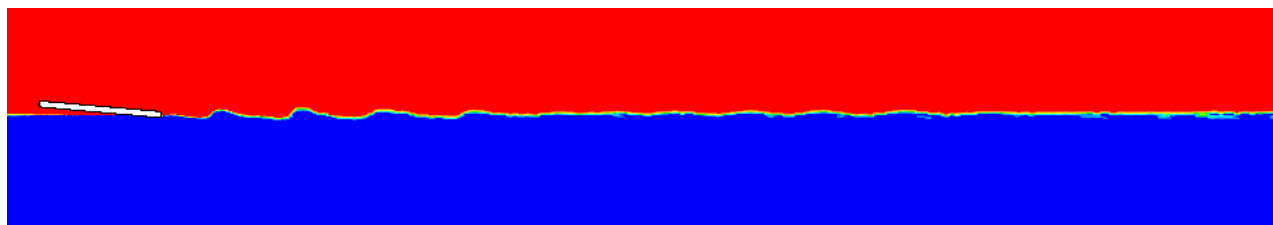


Slika 28: Zadavanje vremenskog koraka i pokretanje simulacije

## 5 Rezultati numeričke simulacije

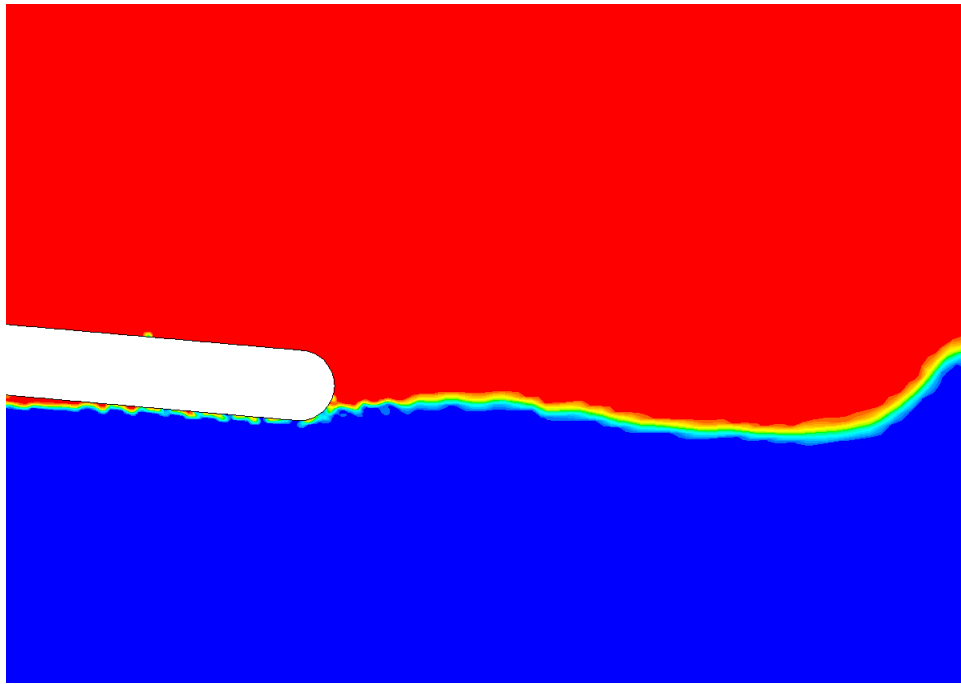
U ovom poglavlju biti će prikazani rezultati numeričkih simulacija za sve promatrane slučajeve kuta nagiba i dubine urona profila. U rezultatima će biti pokazane slike oblika slobodne površine i polja brzine, i dijagrami koeficijenata sila uzgona i otpora. Za izradu simulacija korištena su računala s dvojezgrenim procesorima takta 2.2 GHz (1 GB radne memorije), i računalo s četvero jezrenim procesorom takta 2.4 GHz (4 GB radne memorije). Na dvojezgrenim procesorima, u prosjeku, za jednu sekundu simulacije bio je potreban jedan sat računanja, dok je na četverojezgrenom procesoru vrijeme računanja bilo 20% kraće.

### 5.1 Kut nagiba $\alpha = 5^\circ$ , dubina urona $D = 0.02$



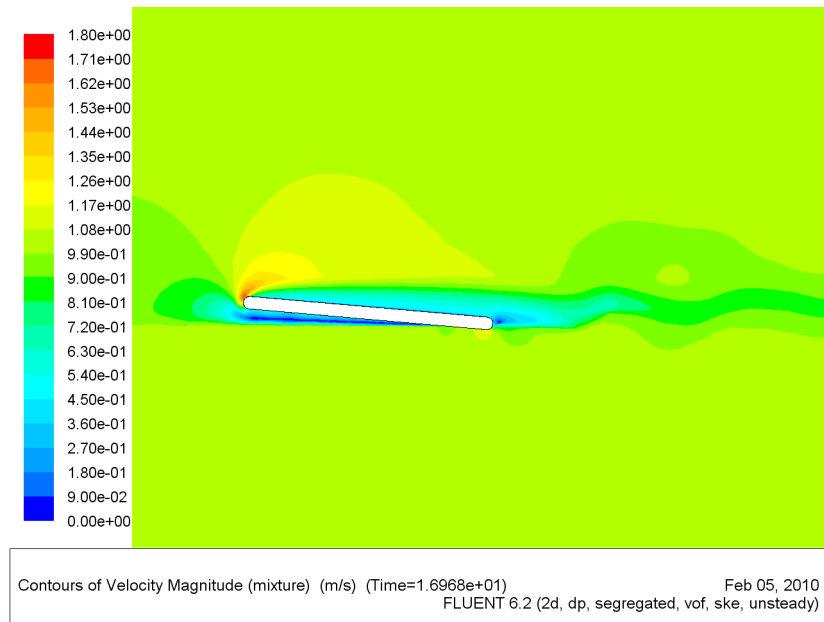
Slika 29: Oblik slobodne površine, ( $\alpha = 5^\circ$  ,  $D = 0.02$ )

Na Slici 29. vidimo pojavu transverzalnih valova na zadnjem dijelu profila, koji se smanjuju udaljavanjem od profila. Pojava tih valova je očekivana, zbog uronjenosti profila u vodu.

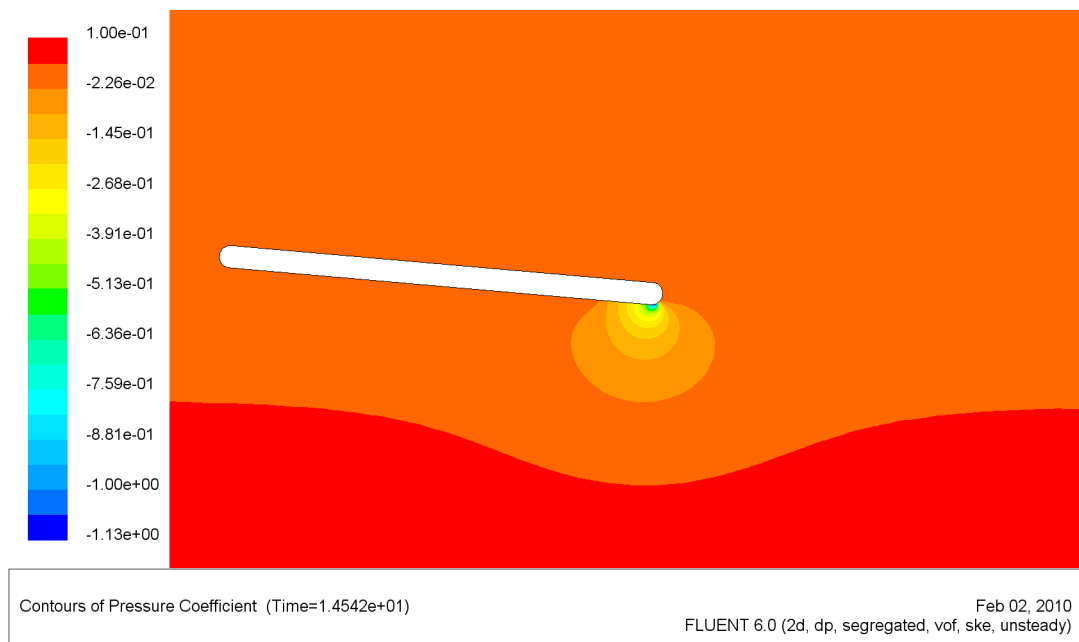


Slika 30: Uvećani dio slobodne površine u blizini zadnjeg dijela profila, ( $\alpha = 5^\circ$ ,  $D = 0.02$ )

Na Slici 30. prikazana je slobodna površina uz zadnji dio profila. Na slici se jasno vidi niža razina vode neposredno iza profila, koja uzrokuje periodičnu pojavu transversalnih valova. Također, možemo primjetiti da uz sami profil postoji sloj ispunjen vodom i zračnim mjehurićima, što odgovara realnoj situaciji glisiranja po površini vode. Na Slici 31. prikazano je polje brzina u blizini profila. Strujanje na gornjoj strani profila slično je optjecanju profila koji se nalazi u samo jednom fluidu (zraku). Na donjem dijelu profila postoje dva područja. Ispod prednjeg dijela nalazi se zarobljeni zrak, koji je usporen na vrlo malu brzinu. U tom području dolazi do pojave nekoliko područja s recirkulirajućim strujanjem. Oko dijela profila uronjenog u vodenu pjenu strujanje vode se jako ubrzava, zbog pojave podtlaka na izlaznom dijelu glisirajućeg profila (Slika 32.). Također, brzina je niža u pozadini profila zbog utjecaja valova i turbulencije.

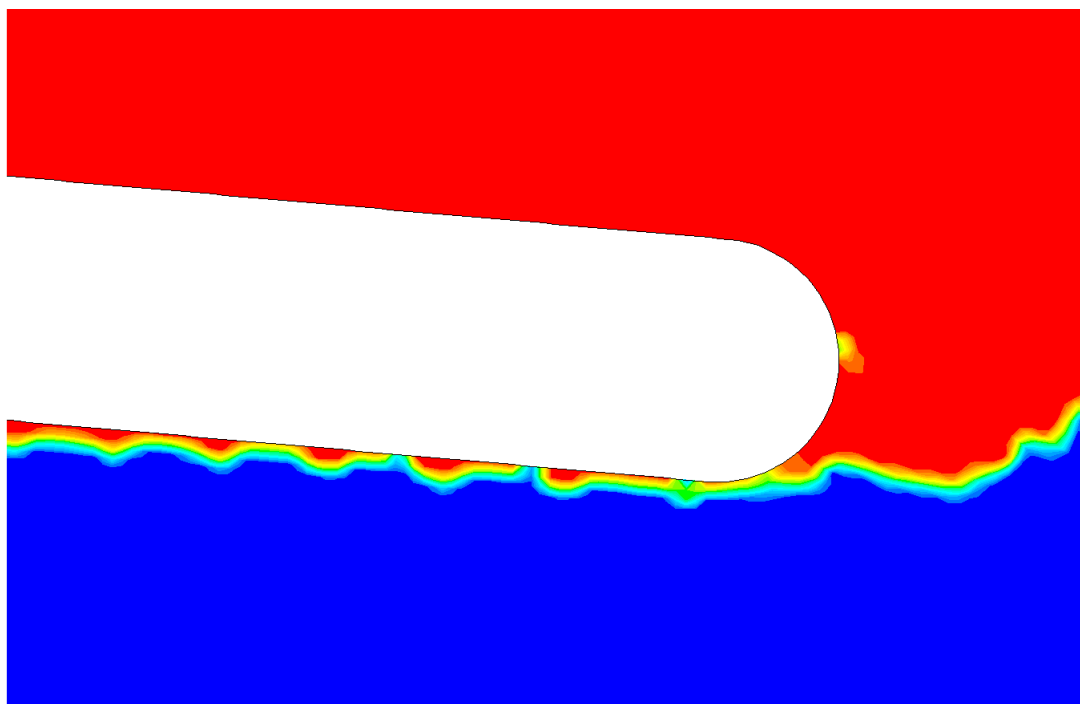


Slika 31: Polje brzine u blizini profila, ( $\alpha = 5^\circ$ ,  $D = 0.02$ )

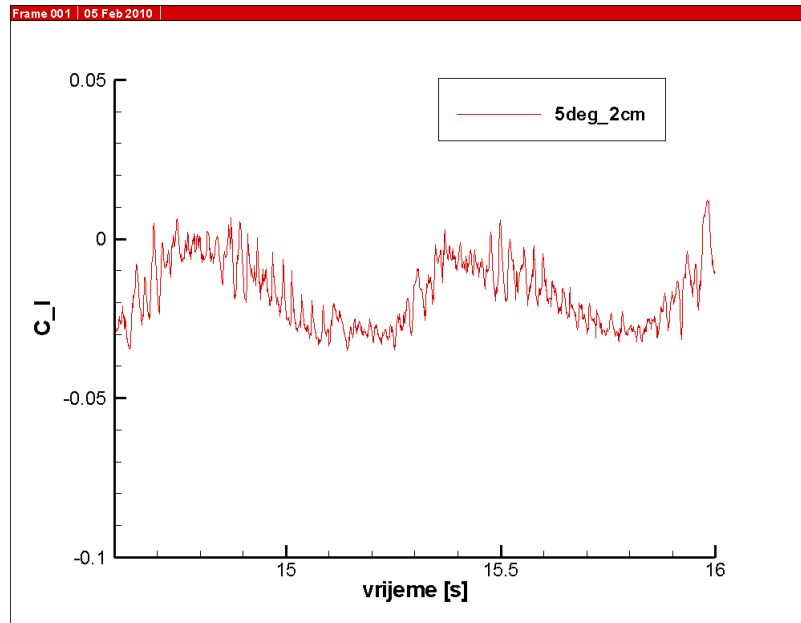


Slika 32: Polje tlaka u blizini profila, ( $\alpha = 5^\circ$ ,  $D = 0.02$ )

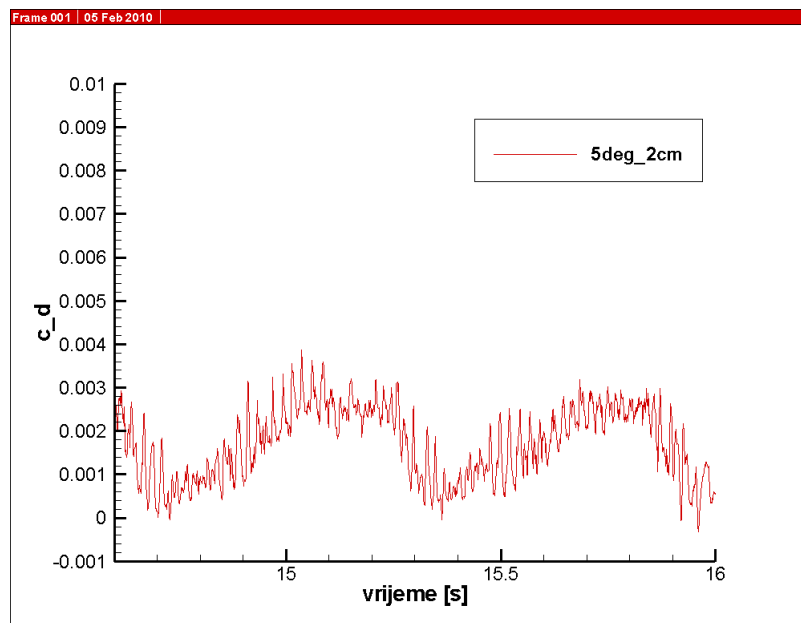
Na Slikama 34. i 35. jasno se vidi periodička promjena koeficijenata sila uzgona i otpora, koja je rezultat periodičke pojave odvajanja strujanja s izlaznog dijela profila (Slika 33.). Također, možemo primjetiti, da je koeficijent sile uzgona, suprotno očekivanjima, negativan. Pojava negativnog uzgona je rezultat djelovanja podtlaka na izlaznom dijelu profila. Podtlak je rezultat nepogodnosti zakrivljene geometrije na izlaznom rubu za opisivanje glisirajućeg gibanja (u teoretskim osnovana je naznačeno da moramo osigurati odvajanje strujanja na izlaznom rubu, kako ne bi došlo do pojave tlaka manjeg od okolišnog). U rijetkim trenutcima, kada dođe do potpunog odvajanja strujanja na izlaznom rubu, koeficijent sile uzgona postaje pozitivan. Promjene koeficijenta sile uzgona viših frekvencija, su rezultat stohastičkog ponašanja zračnih mjehurića. Promjena koeficijenta sile otpora se temelji na istim principima kao i promjena koeficijenta sile uzgona (u trenutku odvajanja strujanja manja je površina u doticaju s vodom, što rezultira manjim otporom).



Slika 33: Uvecani prikaz slobodne površine u trenutku odvajanja strujanja na izlaznom rubu, ( $\alpha = 5^\circ$ ,  $D = 0.02$ )

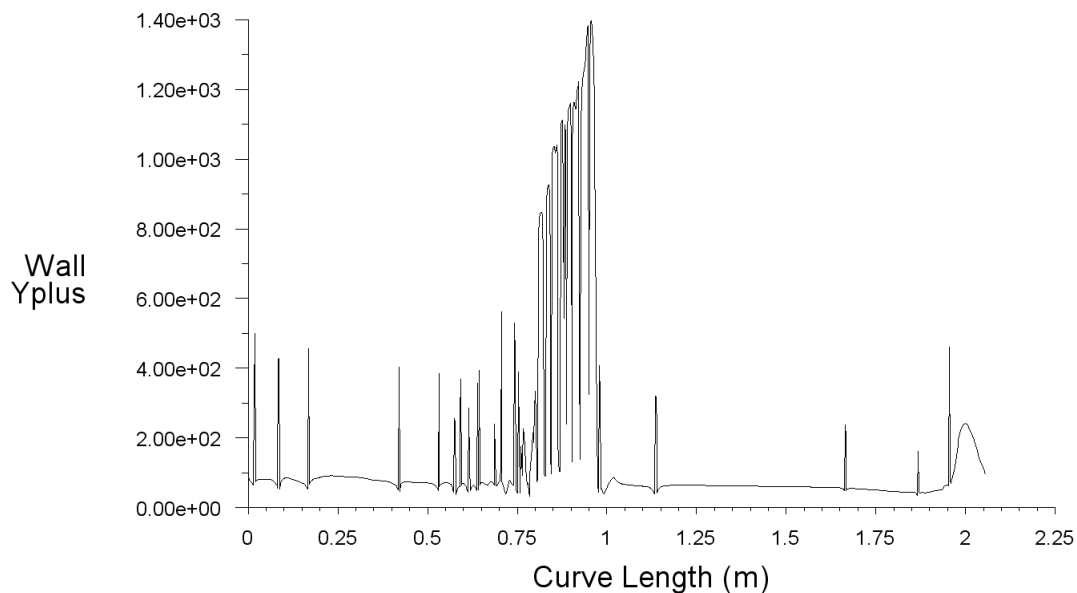


Slika 34: Dijagram koeficijenta sile uzgona, ( $\alpha = 5^\circ$ ,  $D = 0.02$ )



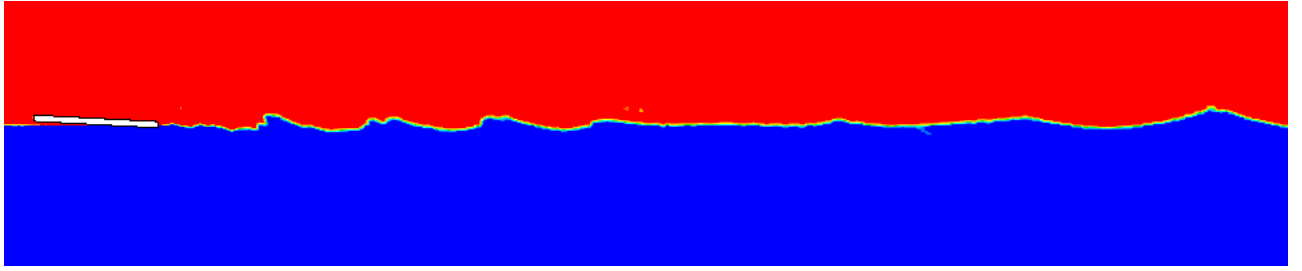
Slika 35: Dijagram koeficijenta sile otpora, ( $\alpha = 5^\circ$ ,  $D = 0.02$ )

Također, radi provjere točnosti rezultata moramo provjeriti vrijednosti bezdimenzijske veličine  $y^+$ . Na Slici 36. prikazana je raspodjela  $y^+$  po stijenci. Na dijagramu jasno vidimo područje u kojem je profil uronjen u vodu, i u kojem  $y^+$  ima povećane vrijednosti. Na ostalom dijelu stijenke vrijednost  $y^+$  je, gotovo idealna. Pojava povećanih vrijednosti nije zabrinjavajuća, jer ovakvo povećanje ne utječe značajno, na točnost rješenja.

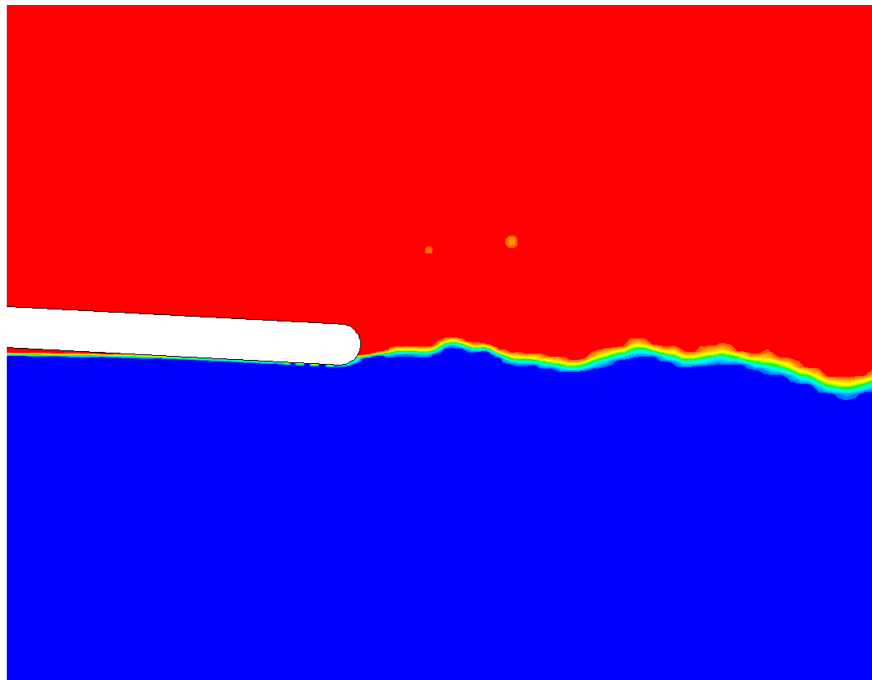


Slika 36: Dijagram promjene vrijednosti  $y^+$  po stijenci profila, ( $\alpha = 5^\circ$ ,  $D = 0.02$ )

## 5.2 Kut nagiba $\alpha = 3^\circ$ , dubina urona $D = 0.02$



Slika 37: Oblik slobode površine, ( $\alpha = 3^\circ$ ,  $D = 0.02$ )



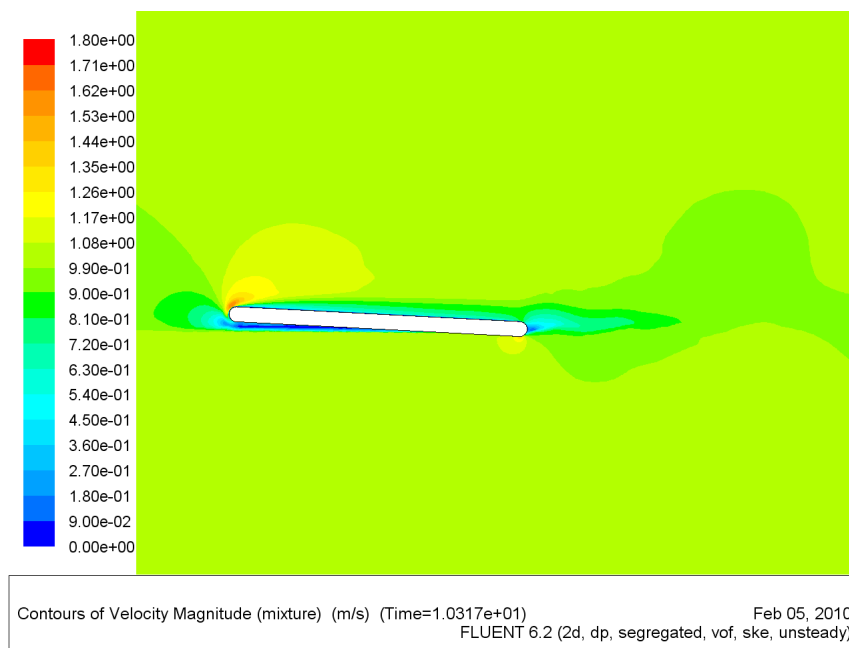
Slika 38: Uvećani dio slobodne površine u blizini zadnjeg dijela profila, ( $\alpha = 3^\circ$ ,  $D = 0.02$ )

U slučaju smanjenog kuta vidimo povećanje amplitude valova na slobodnoj površini (Slika 37.). Valna dužina, također, raste. Područje, potrebno za smirivanje slobodne površine, je mnogo veće nego u prethodnom slučaju.

Na Slici 38. prikazana je slobodna površina na zadnjem dijelu profila. Za smanjeni kut, promjena razine slobodne površine puno bolje prati oblik profila. Na početku uronjenog di-

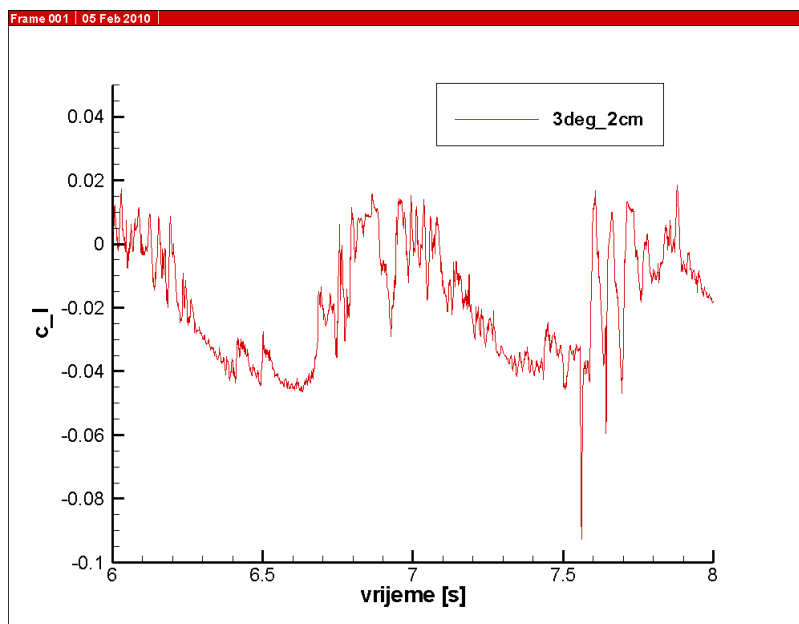


jela pojavljuje se stabilna mješavina zrak i vode, ali približavanjem izlaznom rubu dolazi do pojave zračnih mjehurića. Polje brzine je vrlo slično prethodnom slučaju, ali možemo primjetiti da je turbulentni trag manje izražen, a područje, gdje podtlak ubrzava fluid povećano (Slika 39.).

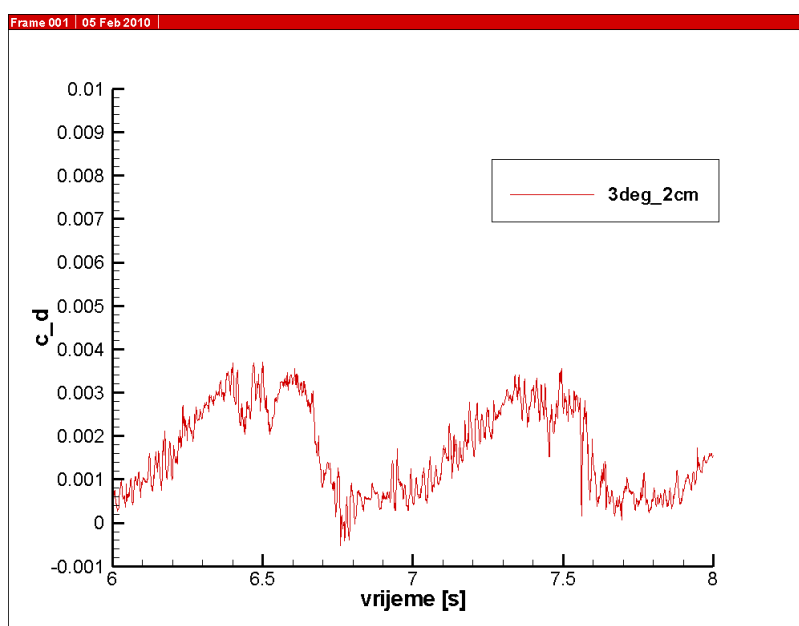


Slika 39: Polje brzine u blizini profila, ( $\alpha = 3^\circ$ ,  $D = 0.02$ )

Na Slikama 40. i 41. prikazani su dijagrami koeficijenata sila uzgona i otpora. Koeficijenti sila se, ponovo, mijenjaju periodički, u ovisnosti o pojavi odvajanja strujanja. Period promjena je vrlo sličan prethodnom slučaju, međutim, amplitude se razlikuju. Zbog veće uronjene površine, maksimalne vrijednosti koeficijenta sile otpora su veće za manji kut nagiba profila. Vrijednost koeficijenta sile uzgona je negativnija za slučaj manjeg kuta.



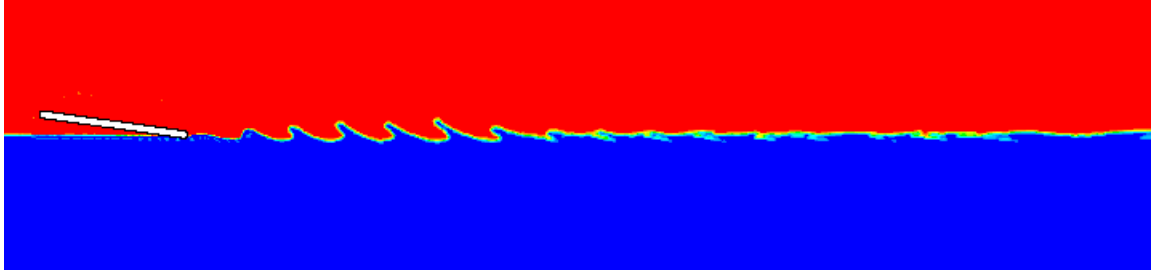
Slika 40: Dijagram promjene koeficijenta sile uzgona, ( $\alpha = 3^\circ$ ,  $D = 0.02$ )



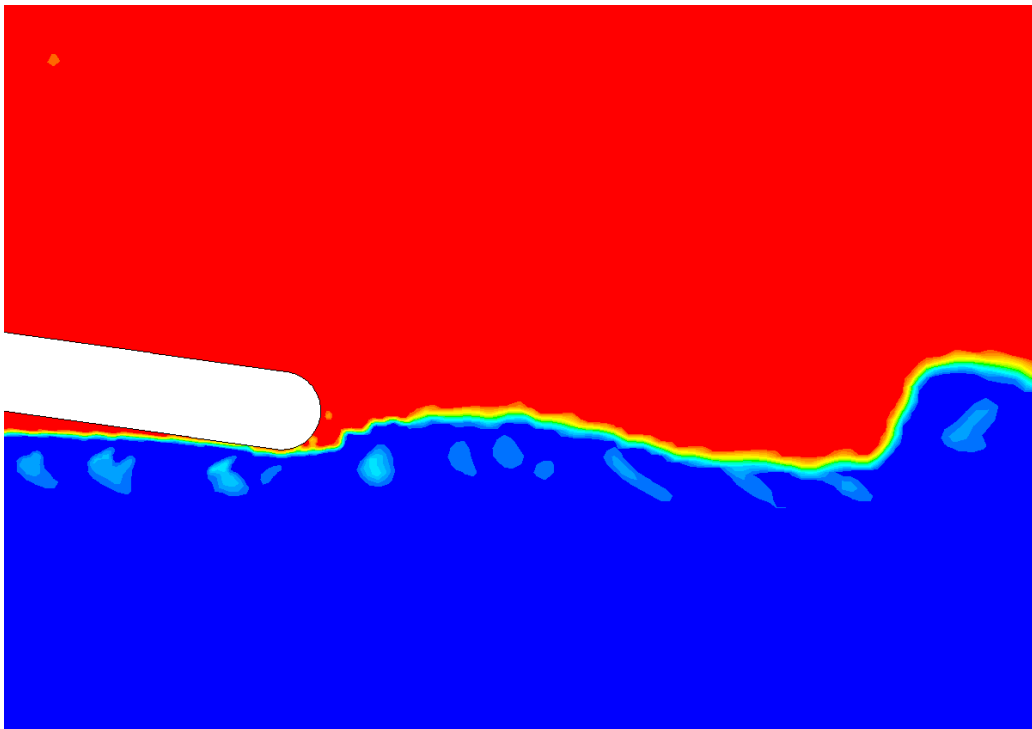
Slika 41: Dijagram promjene koficijenta sile otpora, ( $\alpha = 3^\circ$ ,  $D = 0.02$ )

### 5.3 Kut nagiba $\alpha = 8^\circ$ , dubina urona $D = 0.02$

S povećanjem dubine urona stvara se sve veći poremećaj na slobodnoj površini. Pojavljuju se vrlo strmi i kratki valovi, koji ne opisuju realni izgled slobodne površine. U velikom području iza profila dolazi do pojave zračnih mjehurića ispod slobodne površine.



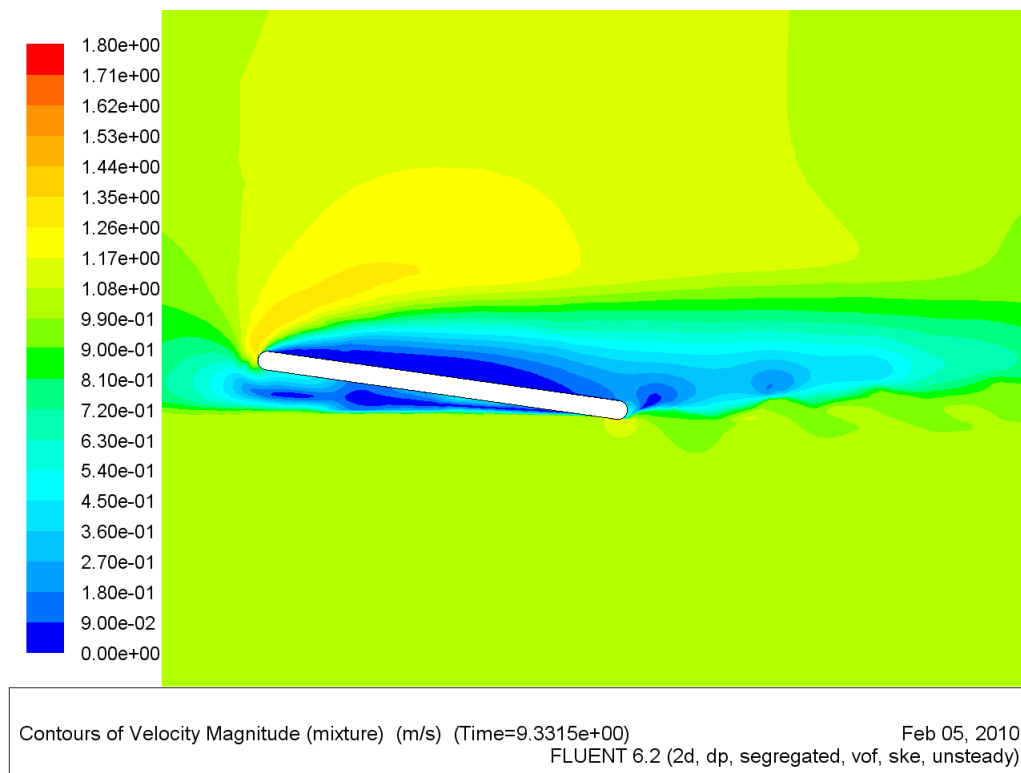
Slika 42: Oblik slobodne površine, ( $\alpha = 8^\circ$  ,  $D = 0.02$ )



Slika 43: Uvećani dio slobodne površine u blizini zadnjeg dijela profila, ( $\alpha = 8^\circ$  ,  $D = 0.02$ )

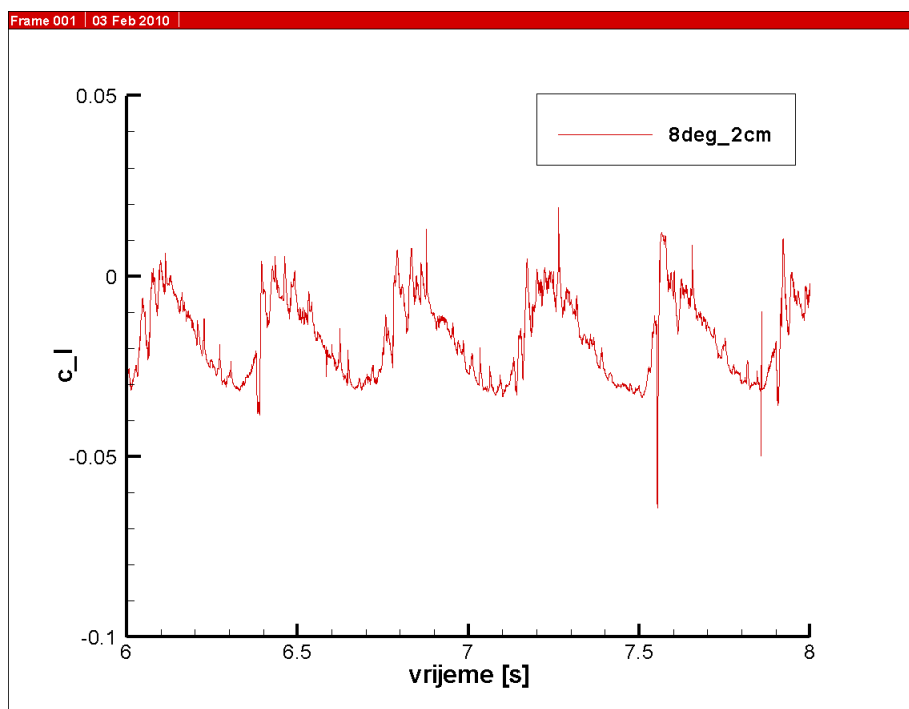
Na uvećanom prikazu slobodne površine(Slika 43.), jasno se vide zračni mjehurići ispod

slobodne površine. Također, možemo primjetiti, da oblik slobodne površine slabo prati oblik profila, te da se jako brzo stvara strmi val velike amplitude. Na slici polja brzine (Slika 44.) primjećuje se veliko područje turbulentnog traga, i povećano područje uz donji dio profila na kojem se mješavina zraka i vode ubrzava.

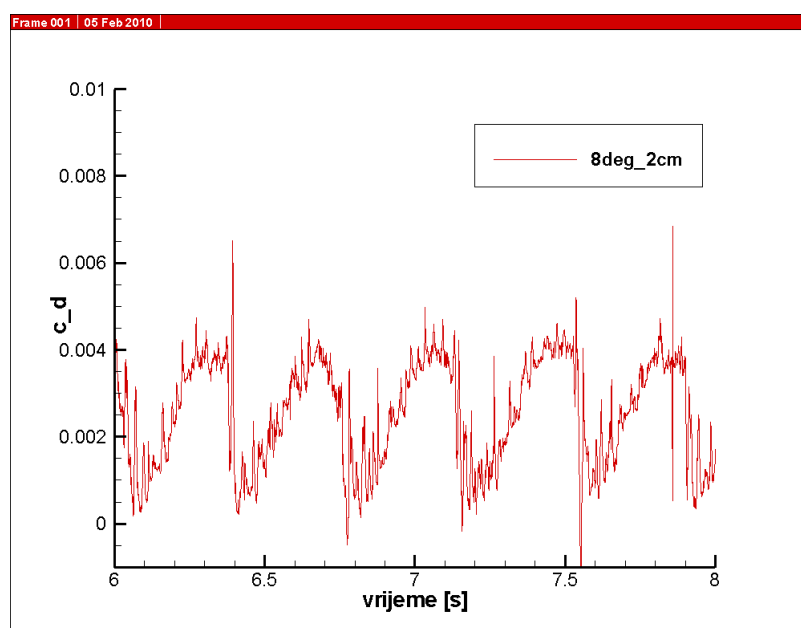


Slika 44: Polje brzine u blizini profila, ( $\alpha = 8^\circ$ ,  $D = 0.02$ )

Na Slikama 45. i 46. prikazani su dijagrami promjene koeficijenata sila uzgona i otpora. Na dijagramima, možemo primjetiti, puno manji period ponavljanja, zbog veće frekvencije pojave odvajanja strujanja na izlaznom rubu (to se očituje i na puno manjoj valnoj duljini valova na slobodnoj površini). Amplituda koeficijenta sile uzgona se smanjila. Maksimalna vrijednost koeficijenta sile trenja se povećala, zbog povećanog otpora oblika.

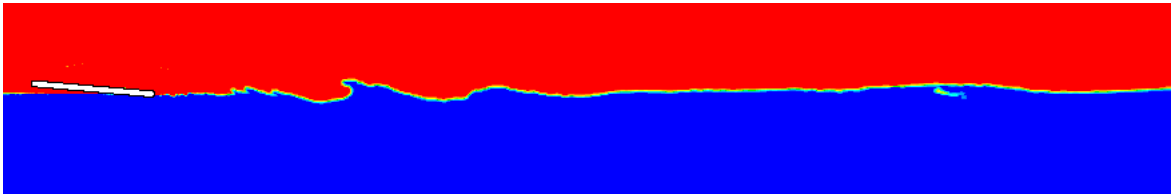


Slika 45: Dijagram promjene koeficijenta sile uzgona, ( $\alpha = 8^\circ$ ,  $D = 0.02$ )



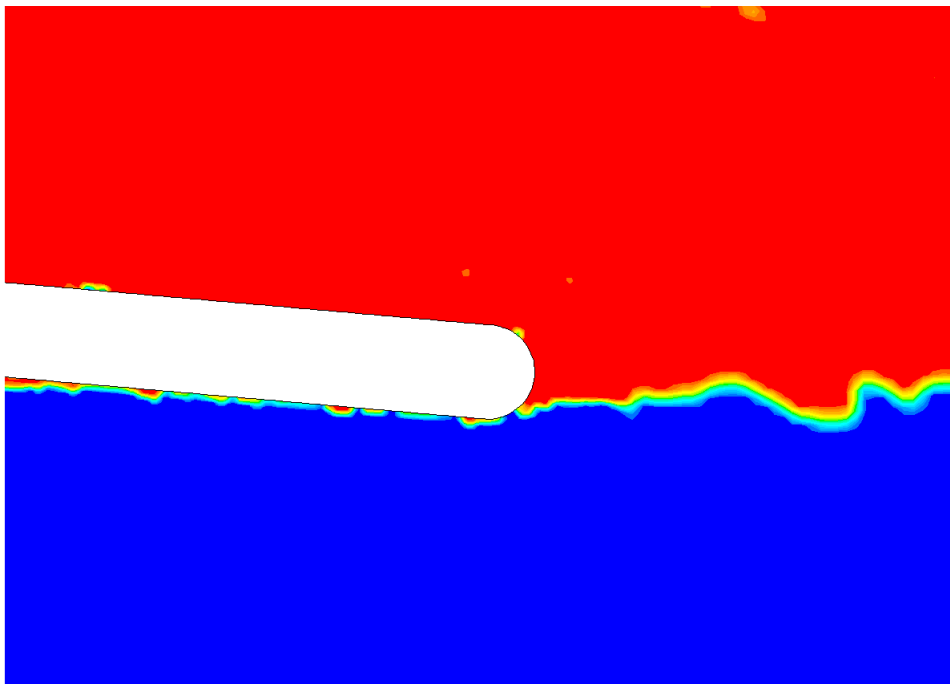
Slika 46: Dijagram promjene koeficijenta sile otpora, ( $\alpha = 8^\circ$ ,  $D = 0.02$ )

#### 5.4 Kut nagiba $\alpha = 5^\circ$ , dubina urona $D = 0.03$

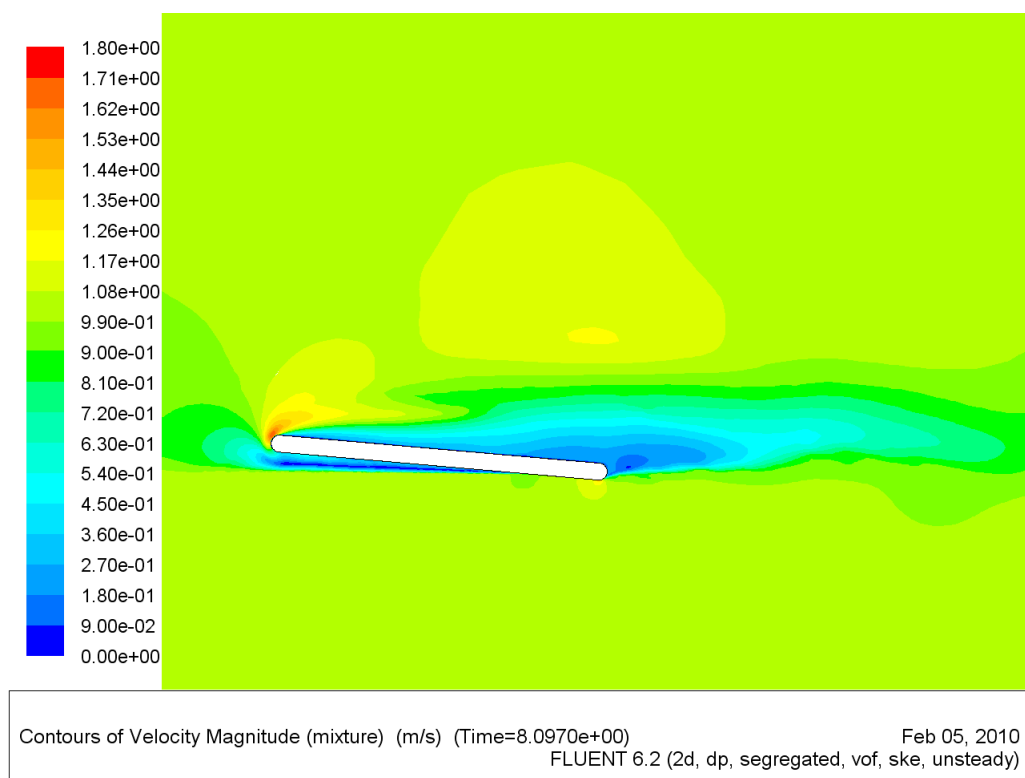


Slika 47: Oblik slobodne površine, ( $\alpha = 5^\circ$  ,  $D = 0.03$ )

Na Slici 47. vidimo, da se povećanjem dubine urona profila povećavaju amplitude i valne duljine generiranih valova. Na uvećanom prikazu slobodne površine uz zadnji dio profila (Slika 48.), možemo primjetiti, da povećanjem dubine urona slobodna površina postaje nemirnija. Zračni mjehurići ispod profila postaju veći i brojniji, a slobodna površina slabije prati oblik profila. Polje brzine ostaje vrlo slično, ali povećanjem dubine urona povećava se turbulentni trag (Slika 49.).

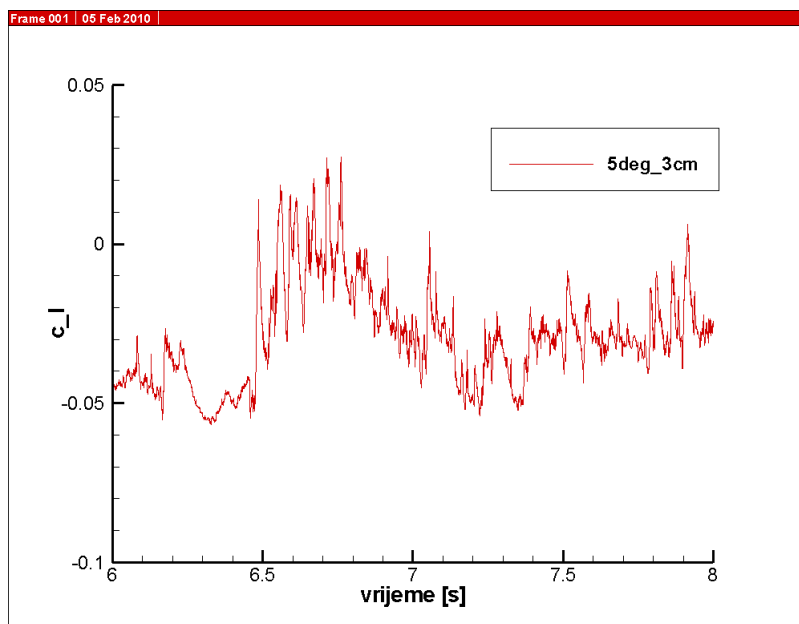


Slika 48: Uvećani dio slobodne površine u blizini zadnjeg dijela profila, ( $\alpha = 5^\circ$  ,  $D = 0.03$ )

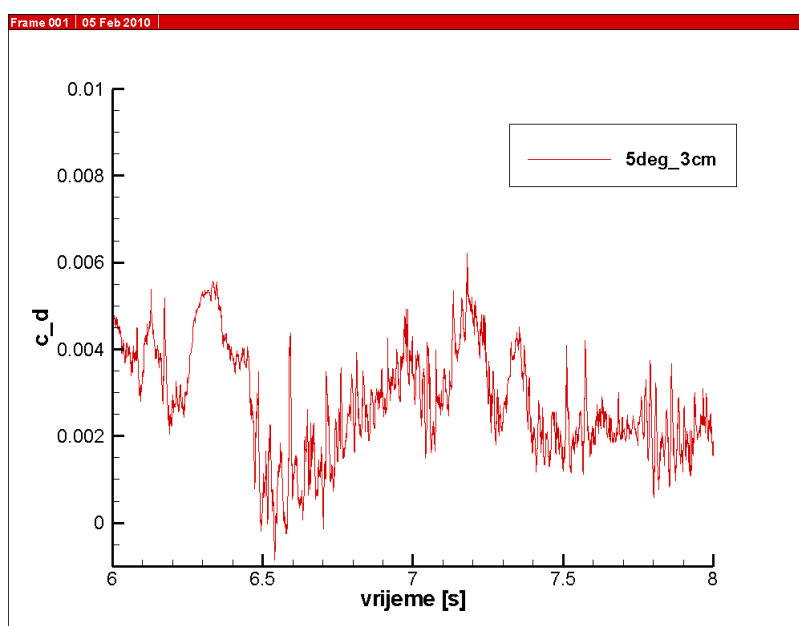


Slika 49: Polje brzine u blizini profila, ( $\alpha = 5^\circ$ ,  $D = 0.03$ )

Povećanjem dubine urona promjena koeficijenata sila otpora i uzgona prestaje biti periodička (pojava odvajanja strujanja postaje stohastička, veći utjecaj zračnih mjehurića). Promjena je stohastička pa je ponašanje profila puno teže predvidjeti. Ipak, možemo primjetiti, da se prosječne vrijednosti koeficijenata sila uzgona i otpora povećavaju (Slike 50. i 51.).



Slika 50: Dijagram promjene koeficijenta sile uzgona, ( $\alpha = 5^\circ$ ,  $D = 0.03$ )

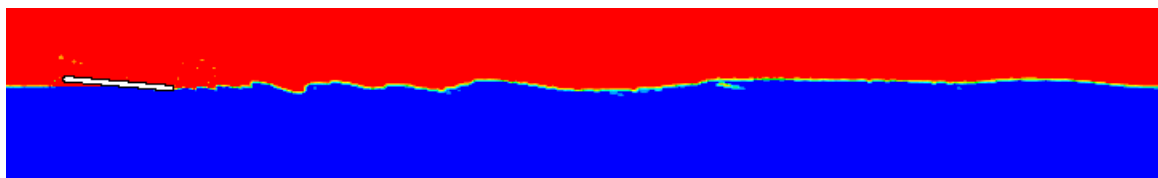


Slika 51: Dijagram promjene koeficijenta sile otpora, ( $\alpha = 5^\circ$ ,  $D = 0.03$ )

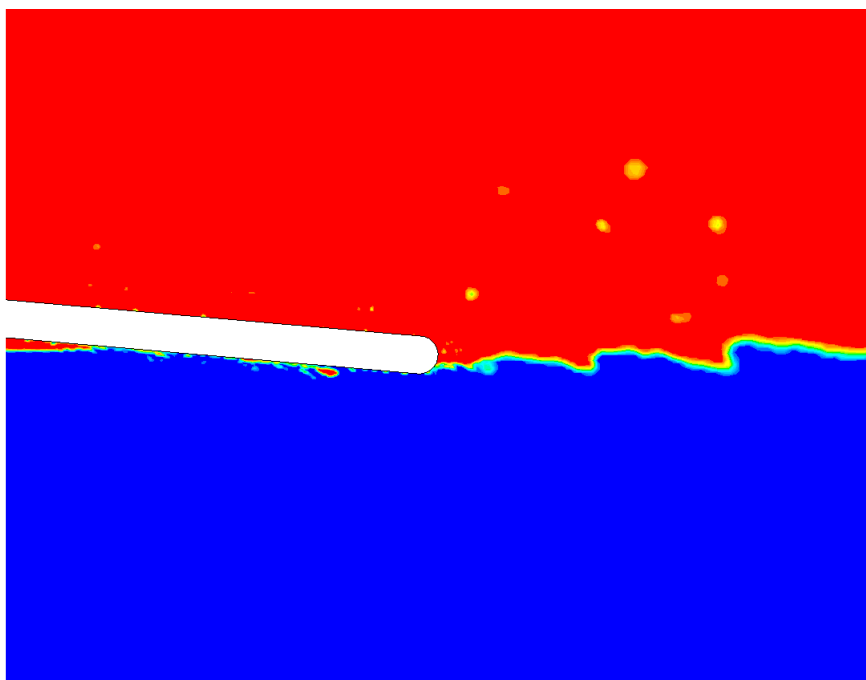


## 5.5 Kut nagiba $\alpha = 5^\circ$ , dubina urona $D = 0.04$

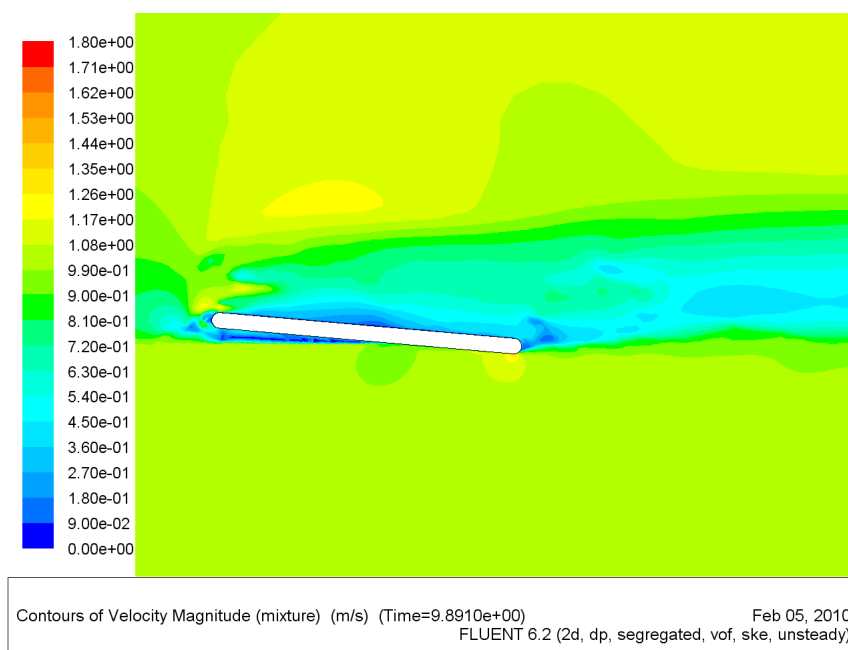
Dodatnim povećanjem dubine urona slobodna površina postaje još nestabilnija (Slika 52.). Na uvećanom prikazu (Slika 53.), vidimo pojavu velikog broja zračnih mjehurića različitih oblika i dimenzija, koji pridonose nestabilnosti slobodne površine. Također, voda na izlazu počinje prskati u vis. Na slici polja brzina, možemo primjetiti, povećanje turbulentnog traga. Također, dolazi do premještanja zaustavne točke na prednjem dijelu profila, zbog snažnog recirkulacijskog strujanja ispod prednjeg dijela profila (Slika 54.). Na dijagramima koeficijenata sila uzgona i otpora, vidimo, da su promjene stohastičke, a prosječne vrijednosti rastu s povećanjem dubine urona (Slike 55. i 56.).



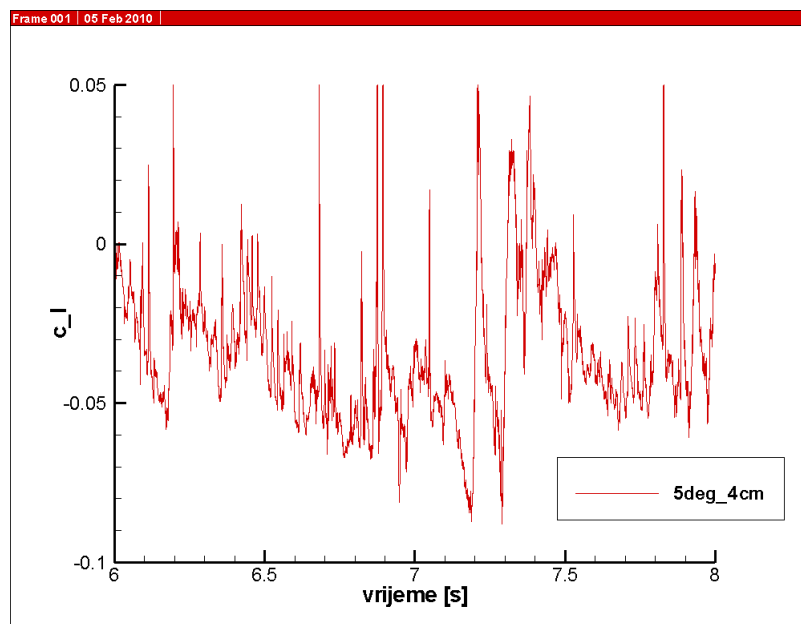
Slika 52: Oblik slobodne površine, ( $\alpha = 5^\circ$  ,  $D = 0.04$ )



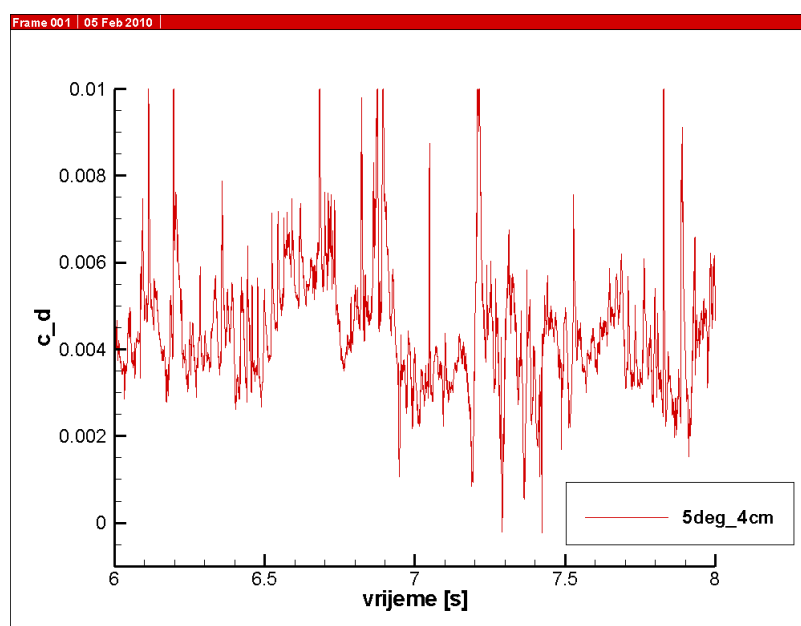
Slika 53: Uvećani dio slobodne površine u blizini zadnjeg dijela profila, ( $\alpha = 5^\circ$ ,  $D = 0.04$ )



Slika 54: Polje brzine u blizini profila, ( $\alpha = 5^\circ$ ,  $D = 0.04$ )



Slika 55: Dijagram promjene koeficijenta sile uzgona, ( $\alpha = 5^\circ$ ,  $D = 0.04$ )

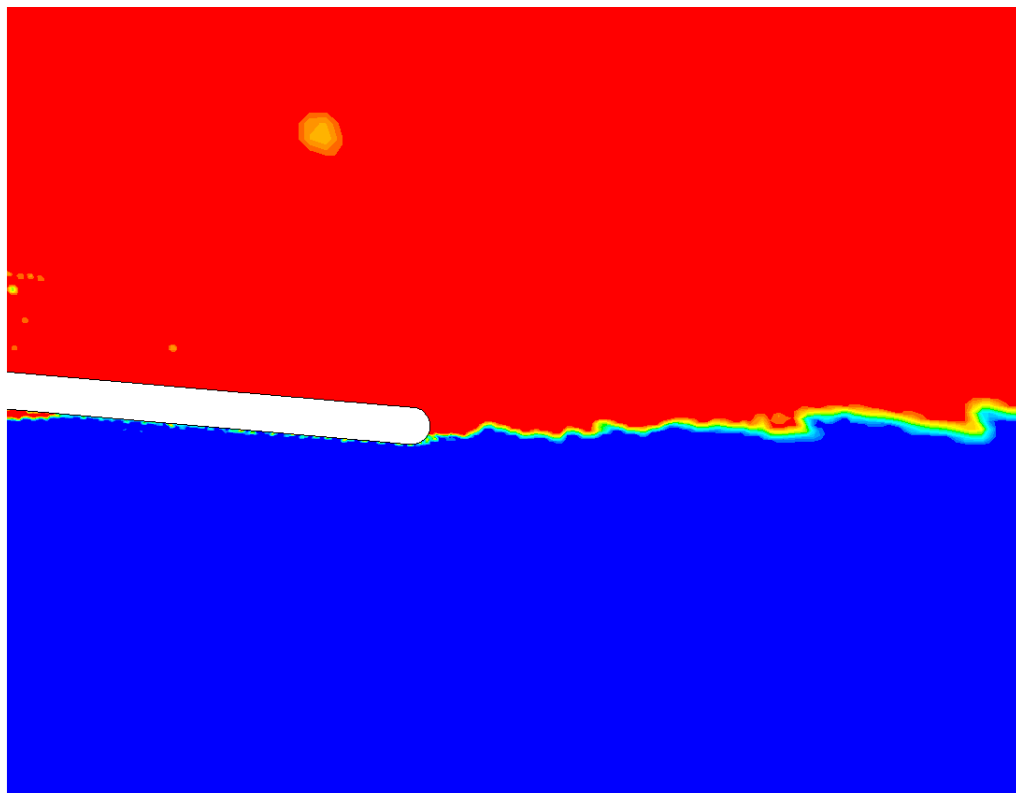


Slika 56: Dijagram promjene koeficijenta sile otpora, ( $\alpha = 5^\circ$ ,  $D = 0.04$ )

## 5.6 Provjera utjecaja dubine

Prilikom strujanja fluida u otvorenim kanalima, dubina može imati značajan utjecaj na uvjete strujanja. Ako je dubina mala, može doći do pojave nadkritičnog strujanja, prilikom kojeg, informacije koje opisuju nizvodno strujanje ne mogu doći do uzvodnog dijela. Da bi provjerili utjecaj dubine na ponašanje slobodne površine napravljena je posebna mreža, na kojoj je dubina povećana četiri puta.

Dobiveni rezultati, pokazuju da je početna odabrana dubina zadovoljavajuća i da s povećanjem dubine domene nije došlo do značajnijih promjena strujanja (promatrano je strujanje s  $\alpha = 5^\circ$ , i  $D = 0.04$ ). Uvećani prikaz slobodne površine iza profila za veliku dubinu domene prikazan je na Slici 55.

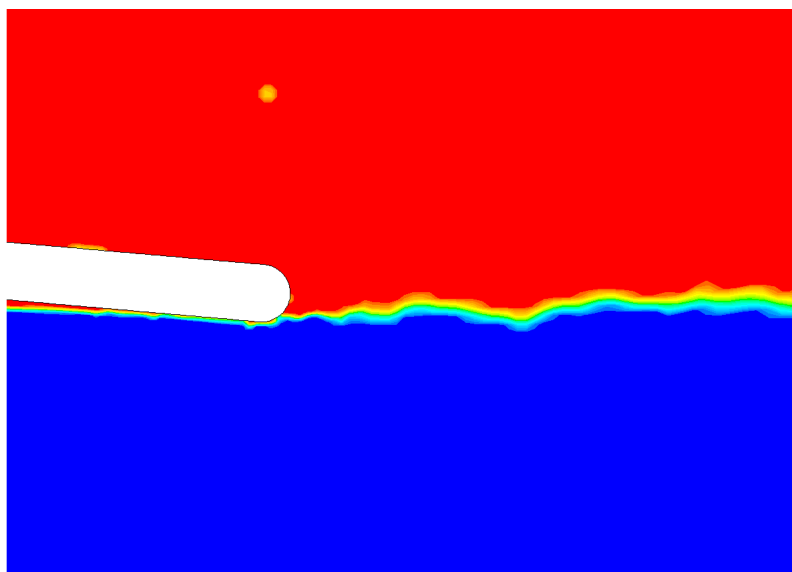


Slika 57: Uvećani dio slobodne površine u blizini zadnjeg dijela profila za domenu s povećanom dubinom ( $\alpha = 5^\circ$ ,  $D = 0.04$ )

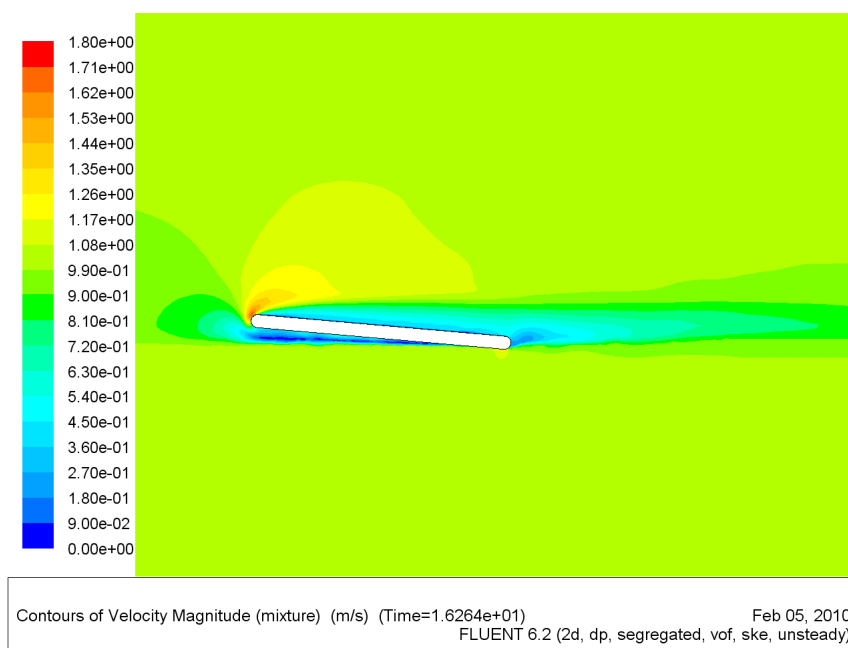
## 5.7 Provjera mrežne neovisnosti rješenja

Za provjeru mrežne neovisnosti rješenja napravljena je posebna mreža s 40000 konačnih volumena. Mreža je rađena na sličnim principima kao i glavna mreža (gusta mreža uz profil i granicu faza). Na Slikama 58., 59., 60. i 61. prikazana su rješenja koja su dobivena simulacijom na gruboj mreži.

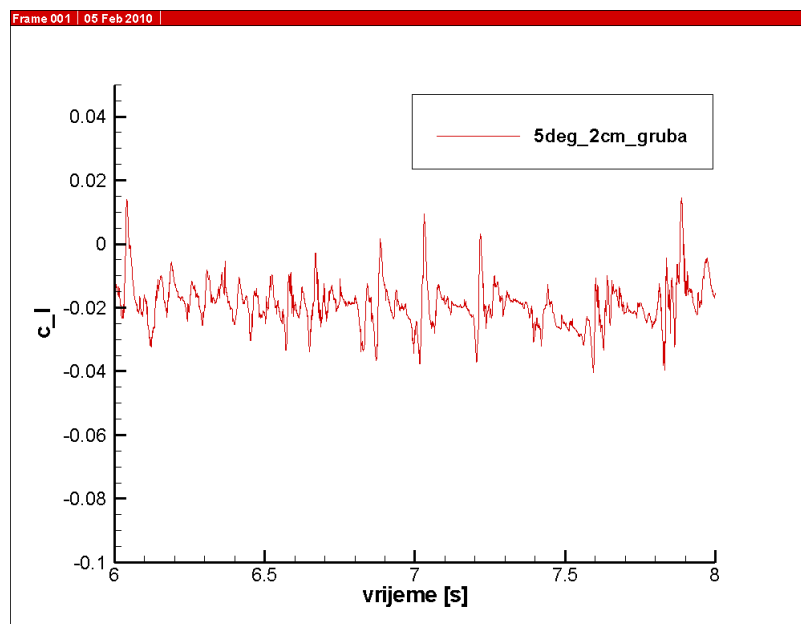
Iz prikazanih rezultata možemo zaključiti da su rješenja djelomično mrežno neovisna. Globalno gledajući cijelu domenu, vidljivo je da se polja brzine poklapaju za obje mreže. Granica slobodne površine na gruboj mreži je ravnija, nema toliko izražene valove iza profila. Koeficijenti sila uzgona i otpora se podosta razlikuju. Moguće objašnjenje za takvu razliku je osjetljivost pojava na izlaznom rubu na promjene u gustoću mreže. Iako je mreža, i dalje, na izlaznom dijelu vrlo fina, izgleda da je za pravilan opis potrebna izrazito fina mreža koja je korištena u standardnim simulacijama.



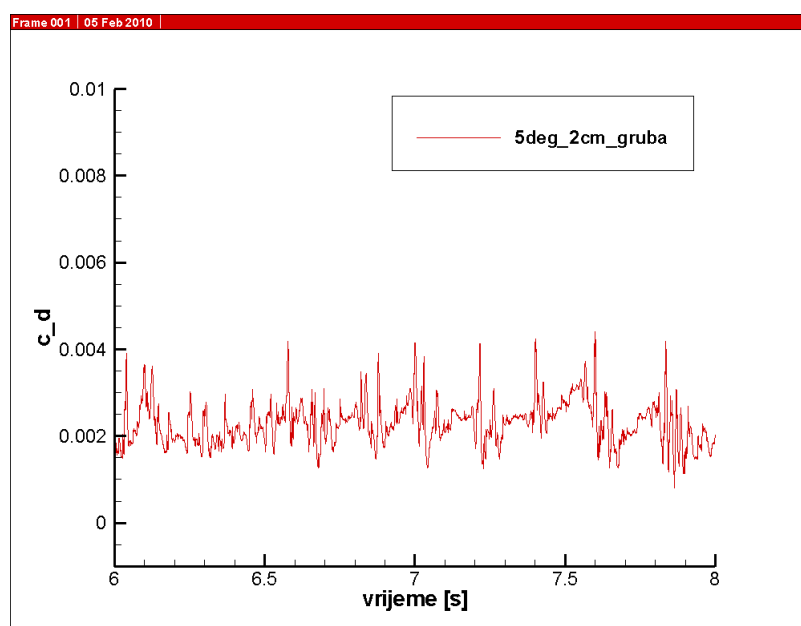
Slika 58: Uvećani dio slobodne površine u blizini zadnjeg dijela profila za grubu mrežu ( $\alpha = 5^\circ$ ,  $D = 0.02$ )



Slika 59: Polje brzine u blizini profila za grubu mrežu ( $\alpha = 5^\circ$ ,  $D = 0.02$ )



Slika 60: Dijagram promjene koeficijenta sile uzgona za grubu mrežu ( $\alpha = 5^\circ$ ,  $D = 0.02$ )



Slika 61: Dijagram promjene koeficijenta sile otpora za grubu mrežu ( $\alpha = 5^\circ$ ,  $D = 0.02$ )

## 6 Zaključak

Nakon provedenih numeričkih simulacija gibanja glisirajućeg profila po površini vode možemo donijeti zaključak o realnosti rezultata. Uzimajući u obzir, da su simulacije provedene za pojednostavljenu dvodimenzijску situaciju možemo zaključiti da su rezultati iznad očekivanja. Numerička simulacija uspjela je prikazati, u velikoj mjeri, ponašanje profila zadane geometrije. Međutim, zbog nepogodne geometrije profila, nije simulirano realno gibanje glisirajućeg profila po površini vode. Veliki problem je pojava tlaka manjeg od okolišnog. Takav tlak, se pojavljuje zbog nemogućnosti pojave odvajanja strujanja na izlaznom dijelu profila, što je posljedica glatkog prijelaza između donjeg i zadnjeg dijela profila. Također, zbog postojanja podtlaka, koeficijent sile uzgona je negativan, i iz njega ne možemo dobiti nikakvu informaciju o uzgonu koji ostvaruju glisirajući profili u praktičnoj upotrebi.

Ipak, ako gledamo rezultate za zadani profil, oni, gotovo u potpunosti opisuju pojave koje bi se događale u stvarnoj situaciji gibanja ovakvog profila po površini vode zadanom brzinom. Važno je istaknuti, da je simulacija detektirala pojavu zračnih mjehurića na uronjenom dijelu profila. Najmanje poklapanje sa realnom situacijom se očituje na ponašanju slobodne površine iza profila. Nerealno ponašanje slobodne površine, možemo objasniti činjenicom da je oblik slobodne površine iza profila izrazito uvjetovan trodimenzijskim efektima (interferencija longitudinalnih i transverzalnih valova).

Dakle, za simulaciju realnog glisirajućeg profila, trebalo bi više pozornosti posvetiti samoj geometriji, koji ima važnu ulogu za postizanje glisirajućih uvjeta. Ipak, ovom simulacijom je pokazano da je za zadani model moguće dobiti podosta realna rješenja, i iz tog razloga, ovaj model predstavlja dobro osnovu za daljnje istraživanje realnih glisirajućih profila. Razmatranjem trodimenzijskih efekata i dinamičke interakcije glisirajućeg profila i vode, moguće je postići još realnije rješenje, koje bi moglo biti korišteno u praktičnoj uporabi.



## Literatura

- [1] Faltinsen, O. M., Hydrodynamics of High-Speed Marine Vehicles, Cambridge Univerity Press, Cambridge, 2005.
- [2] FLUENT Help Documentation
- [3] Virag, Z., Predavanja iz Računalne dinamike fluida, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb